

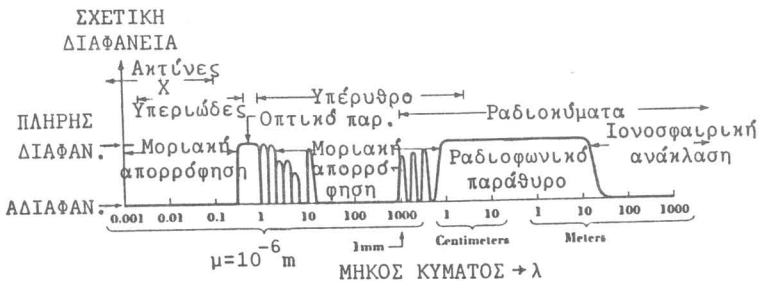
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΡΑΔΙΟΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑ

1. Ραδιοκύματα

Σκοπός είναι η συλλογή και στη συνέχεια η μελέτη των ραδιοκυμάτων τα οποία παράγονται στο σύμπαν. Τα ραδιοκύματα αποτελούν μέρος του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος με μήκος κύματος από μερικά χιλιοστά μέχρι μερικές δεκάδες μέτρα.

Η παρουσία της ατμόσφαιρας της Γής προκαλεί μείωση της ενέργειας του ραδιοκύματος. Για μικρά μήκη κύματος η μείωση οφείλεται σε απορρόφηση από μόρια, όπως ατμούς ύδατος και οξυγόνο. Για τα μεγάλα μήκη κύματος η ανάκλαση των ραδιοκυμάτων στην ατμόσφαιρα της Γής εξαρτάται από την πυκνότητα των ηλεκτρονίων. Τα ενδιάμεσα μήκη κύματος της ραδιοακτινοβολίας διέρχονται πρακτικά ανενόχλητα από την ατμόσφαιρα. Το μέρος του ραδιοφωνικού φάσματος το οποίο διέρχεται ανενόχλητα από την ατμόσφαιρα της Γής ονομάζεται "ραδιοφωνικό παράθυρο", σε αντιστοιχία με την άλλη διαφανή περιοχή στο οπτικό μέρος του φάσματος, το "οπτικό παράθυρο".

Το Σχήμα 1 δίνει τη σχετική διαφάνεια της ατμόσφαιρας και ιονόσφαιρας της Γής για τα διάφορα μήκη του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος.



Σχήμα 1

2. Διακριτική Ικανότητα Ραδιοτηλεσκοπίων

Η γωνία, την οποία δύο σημειακές ραδιοπηγές πρέπει να απέχουν για να τις δούμε σαν ξεχωριστές με ένα ραδιοτηλεσκόπιο διαμέτρου D , όταν παρατηρούμε σε μήκος κύματος λ , δίνεται από τη σχέση:

$$\omega \geq 1,22 \frac{\lambda}{D}, \text{ rad.} \quad (1)$$

Το ελάχιστο της γωνίας αυτής ονομάζεται διακριτική ικανότητα. Δηλαδή όσο μικρότερη είναι η γωνία ω τόσο καλύτερη είναι η διακριτική ικανότητα του τηλεσκοπίου και τόσο περισσότερες οι λεπτόμερειες, που μπορούμε να δούμε, μιας ραδιοπηγής. Η παραπάνω σχέση ισχύει και για οπτικά τηλεσκόπια και δίνει τη θεωρητική τιμή της γωνίας ω , η οποία στην πράξη λαμβάνεται ελάχιστα μικρότερη.

Λόγω του μεγάλου μήκους κύματος των ραδιοκυμάτων, η διακριτική ικανότητα των ραδιοτηλεσκοπίων είναι περιορισμένη. Για το ραδιοτηλεσκόπιο του Arecibo στο Puerto Rico, που καλύπτει μία κοιλάδα του εδάφους και έχει διάμετρο $D = 300$ μέτρα, όταν εργάζεται σε μήκος κύματος $\lambda = 1$ μέτρο η παραπάνω σχέση δίνει, $\omega \approx 800$ δευτερά λεπτά τόξου.

Η ραδιοαστρονομία καταβάλλει μεγάλη προσπάθεια για να βελτιώσει τη διακριτική ικανότητα των οργάνων της. Η μέθοδος των ραδιοσυμβολόμετρων με τηλεσκόπια που βρίσκονται σε διαφορετικές ηπείρους έχει βελτιώσει αφάνταστα τη διακριτική ικανότητα. Η τιμή του ω με ένα τέτοιο όργανο είναι $0,0001$ δευτερόλεπτα τόξου.

Η αντίστοιχη πραγματική τιμή για το οπτικό τηλεσκόπιο $5m$ του Palomar είναι ~ 1 δευτερόλεπτο τόξου και καθορίζεται από τη διάμετρο των περιοχών διαταραχής της γήινης ατμόσφαιρας, που είναι της τάξης των 10 περίπου εκατοστών. Η προκύπτουσα θεωρητική τιμή είναι περίπου $0,025$ δευτερά λεπτά τόξου.

3. Κεραίες Ραδιοτηλεσκοπίων

Τα συστήματα τα οποία χρησιμοποιούνται στη ραδιοαστρονομία για τη συλλογή και μελέτη των ραδιοκυμάτων αποτελούνται από το ραδιοτηλεσκόπιο, το ραδιοδέκτη (receiver) και τον καταγραφέα. Υπάρχει μεγάλη ποικιλία τόσο στη μορφή και τον αριθμό των ραδιοτηλεσκοπίων όσο και των ραδιοενισχυτών (ραδιοδεκτών).

Μία βασική διάταξη δείχνει το Σχήμα 2.



Σχήμα 2

Το ραδιοτηλεσκόπιο αποτελείται από μεταλλικό δίσκο ο οποίος συλλέγει τα ραδιοκύματα στην εστία, όπου υπάρχει ένα ηλεκτρικό δίπολο. Στο σημείο αυτό γίνεται και η πρώτη ενίσχυση του σήματος στη συχνότητα παρατήρησης. Ο δίσκος μπορεί να είναι συμπαγής ή να αποτελείται από μεταλλικό δίχτυ οι ανωμαλίες του οποίου πρέπει να είναι μικρότερες από το $1/20$ του μήκους παρατήρησης. Δηλαδή όσο μικρότερα μήκη κύματος παρατηρούμε (υψηλές συχνότητες) τόσο πιο τέλεια πρέπει να είναι η επιφάνεια του δίσκου. Το πιο κοινό σχήμα είναι το παραβολοειδές (περιστροφή παραβολής γύρω από τον αξονά της). Επίσης μπορεί να είναι σφαιρικό ή συνδυασμός επίπεδης και σφαιρικής επιφάνειας ή οποιοσδήποτε άλλος συνδυασμός. Το Σχήμα 3 δίνει μία διατομή του ραδιοτηλεσκοπίου στο Arecibo του Puerto Rico. Η διάμετρος του σφαιρικού ανακλαστήρα είναι 300 m και καλύπτει μία κοιλάτητα εδάφους. Μετακινώντας την κεραία του ραδιοτηλεσκοπίου μπορούμε να παρατηρήσουμε μία περιοχή 20° γύρω από το ζενίθ.



Σχήμα 3

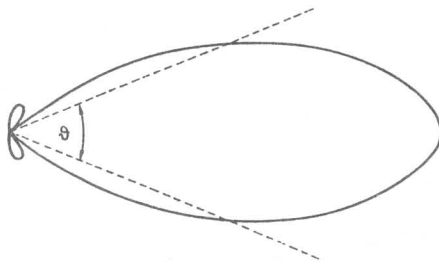
Η στήριξη των ραδιοτηλεσκοπίων μπορεί να είναι μεσημβρινή, αλταζιμουθιακή ή ισημερινή σε αντιστοιχία με τα οπτικά τηλεσκόπια, ή να είναι σταθερής κατεύθυνσης, όπως π.χ. του Arecibo, οπότε χρησιμοποιείται η κίνηση της Γής για την παρατήρηση ραδιοπηγών εντός στενής σφαιρικής ζώνης γύρω από το ζενίθ.

Η ισχύς που μεταφέρουν τα ραδιοκύματα και συλλέγεται από τα ραδιοτηλεσκόπια δίνεται από τη σχέση:

$$W = S A_e \Delta\nu, \quad (2)$$

όπου S είναι η πυκνότητα ροής σταθερής πηγής σε διεύθυνση κάθετη προς το τηλεσκόπιο, A_e είναι η ενεργός επιφάνεια του τηλεσκοπίου και $\Delta\nu$ είναι το εύρος συχνοτήτων της ραδιοπηγής ή του ενισχυτή (δέκτη), οποιοδήποτε είναι το μικρότερο. Από την παραπάνω σχέση φαίνεται ότι ένα πολύ ευαίσθητο σύστημα ραδιοτηλεσκοπίου, ικανό να καταγράφει πολύ ασθενείς ραδιοπηγές, γίνεται με τη χρήση τηλεσκοπίων πολύ μεγάλης επιφάνειας και ραδιοενισχυτών που μπορούν να ενισχύουν μεγάλες περιοχές συχνοτήτων. Προβλήματα κόστους και παρεμβολών βάζουν ανώτερα όρια στις δύο παραπάνω αρχές.

Η ικανότητα της κεραίας να δέχεται ενέργεια από τις διάφορες διευθύνσεις δίνεται από το διάγραμμα ισχύος της κεραίας. Το Σχήμα 4 δίνει το διάγραμμα ισχύος μιας συμμετρικής κεραίας σε πολικές



Σχήμα 4

συντεταγμένες. Η γωνία θ στο μισό της ισχύος (Half Power Beam Width-HPBW) δίνει τη γωνιώδη απόσταση που πρέπει να απέχουν δύο σημειακές ραδιοπηγές για να φαίνονται σαν ξεχωριστές. Οι μικρότεροι λοβοί στο διάγραμμα προκαλούν προβλήματα στην απόκριση του

τηλεσκοπίου γιατί συλλέγουν ενέργεια από μη επιθυμητές διευθύνσεις και κάθε προσπάθεια γίνεται για τον περιορισμό τους.

Ο δέκτης ραδιοκυμάτων αποτελεί το ηλεκτρονικό σύστημα του τηλεσκοπίου με το οποίο συνήθως επιτυγχάνουμε ενίσχυση του αρχικού ραδιοσήματος κατά παράγοντα 10^{14} . Η συχνότητα ενίσχυσης είναι διαφορετική από εκείνη της παρατήρησης (υπερετερόδυνος δέκτης - *superheterodyne receiver*), προς αποφυγή προβλημάτων δημιουργίας εντός του συστήματος ισχυρών τάσεων ταλαντώσεως, οι οποίες είναι ανεξάρτητες από το κοσμικό σήμα. Δηλαδή διαρροές του ενισχυτή θα μπορούσαν να συλληχθούν από την κεραία και να ενισχυθούν κατεπανάληψη.

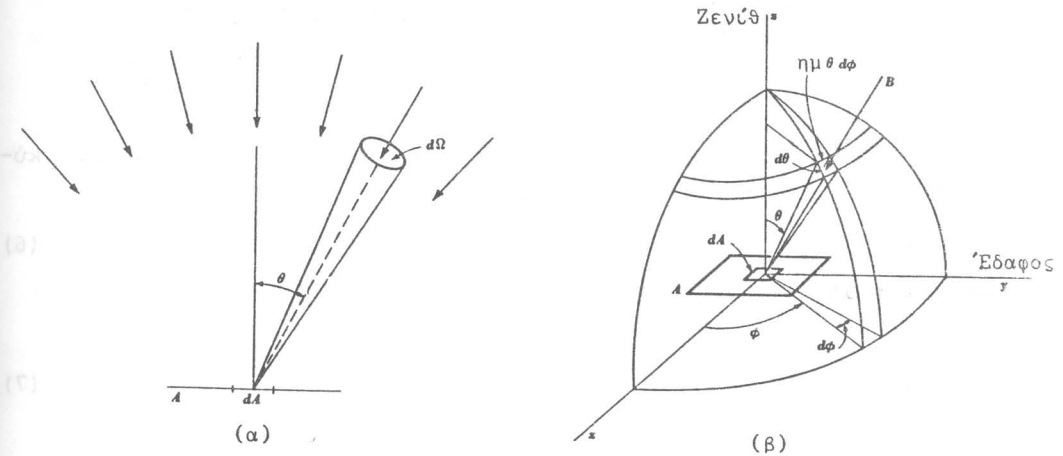
Ένας άλλος παράγοντας ο οποίος καθορίζει την ευαισθησία ενός τηλεσκοπίου είναι η παρουσία θορύβου ο οποίος συλλέγεται από την κεραία παράλληλα με το σήμα. Σαν θόρυβο θεωρούμε κάθε ραδιοκύμα το οποίο δεν έχει σχέση με τη ραδιοακτινοβολία της κοσμικής πηγής. Έτσι, ένα σήμα γίνεται αντιληπτό μόνο όταν η στάθμη του είναι ανώτερη από τη μέση τιμή της στάθμης του θορύβου.

ΘΕΜΕΛΙΩΔΕΙΣ ΠΟΣΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ ΡΑΔΙΟΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑΣ

1. Ένταση Ακτινοβολίας

(ε) Η απειροστή ισχύς dW ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που προσπίπτει σε στοιχειώδη επιφάνεια dA από περιοχή του ουρανού στερεάς γωνίας $d\Omega$ με γωνία πρόσπτωσης θ και μέσα στο διάστημα συχνοτήτων $(\nu, \nu + d\nu)$ (Σχήμα 5α, β) δίνεται από τη σχέση:

$$dW = I \sin\theta d\Omega dA d\nu, \quad (3)$$



Σχήμα 5

όπου: dW = απειροστή ισχύς, σε Watts,

I = ένταση ακτινοβολίας, σε $\text{Watts m}^{-2}\text{Hz}^{-1}\text{rad}^{-2}$,

$d\Omega$ = στοιχειώδης στερεά γωνία (= $\eta\mu\theta d\theta d\phi$), σε rad^2 ,

θ = γωνία μεταξύ $d\Omega$ και ζενίθ, σε rad,

dA = στοιχειώδης επιφάνεια, σε m^2 ,

$d\nu$ = στοιχειώδες εύρος συχνοτήτων, σε Hz.

Η Σχέση (3) για την περίπτωση της απειροστής λαμβανόμενης ενέργειας γράφεται:

$$dE = I \sin \theta d\Omega dA dv dt, \quad (4)$$

όπου: dt = απειροστός χρόνος, σε sec.

Η ακτινοβολία μέλανος σώματος, δηλαδή σώματος που απορροφά και εκπέμπει σε όλα τα μήκη κύματος, δίνεται από τον νόμο του Planck:

$$B_v = \frac{2hv^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{hv}{kT}} - 1}, \quad (5)$$

όπου: B_v = ένταση της ακτινοβολίας μέλανος σώματος,
Watt m⁻²Hz⁻¹rad⁻²,

h = σταθερά του Planck (= 6,63 × 10⁻³⁴ Joule sec),

v = συχνότητα, σε Hz,

c = ταχύτητα του φωτός (= 3 × 10⁸ m sec⁻¹),

k = σταθερά του Boltzmann (= 1,38 × 10⁻²³ Joule °K⁻¹),

T = θερμοκρασία, σε βαθμούς Kelvin.

Η Σχέση (5) μπορεί να εκφραστεί σαν συνάρτηση του μήκους κύματος με την βοήθεια της σχέσης:

$$c = v \lambda, \quad (6)$$

όπου λ = μήκος κύματος, m.

Επειδή ισχύει:

$$dv = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda, \quad (7)$$

και

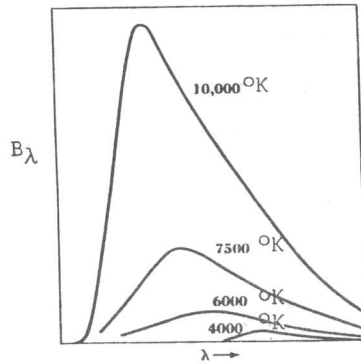
$$B_v dv = -B_\lambda d\lambda, \quad (8)$$

προκύπτει:

$$B_\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1}. \quad (9)$$

Το Σχήμα 6 δίνει τις καμπύλες για το νόμο ακτινοβολίας του Planck σαν συνάρτηση του λ για τέσσερεις διαφορετικές θερμοκρασίες.

Η ένταση της ακτινοβολίας I είναι γενικά συνάρτηση της θέσης στον ουρανό και της συχνότητας, δηλαδή $I \equiv I(\varphi, \theta, \nu)$. Η ολοκλήρωση



Σχήμα 6

της έντασης σε μια πεπερασμένη περιοχή συχνοτήτων (ν , $\nu + \Delta\nu$) δίνει την ολική ένταση $I_{ολ}$ της ακτινοβολίας για την δεδομένη περιοχή συχνοτήτων $\Delta\nu$, δηλαδή:

$$I_{ολ} = \int_{\nu}^{\nu+\Delta\nu} I \, d\nu. \quad (10)$$

2. Πυκνότητα Ροής

Ονομάζουμε πυκνότητα ροής S (flux density) μιάς πηγής το ολοκλήρωμα της έντασης πάνω σε όλη την στερεά γωνία της πηγής:

$$S = \int I \, d\Omega, \quad (11)$$

όπου: S = πυκνότητα ροής, σε $\text{Watt m}^{-2} \text{Hz}^{-1}$,

Ω = στερεά γωνία της πηγής, σε rad^2 .

Με τη βοήθεια της Σχέσης (3) η πυκνότητα ροής ορίζεται ως εξής (για $\theta = 0$):

$$dS = \frac{dW}{dA \, d\nu}, \quad (12)$$

δηλαδή σαν η στοιχειώδης ισχύς που προσπίπτει στη στοιχειώδη επιφάνεια στο διάστημα συχνοτήτων (ν , $\nu + d\nu$).

Την πυκνότητα ροής που είναι ίση με $10^{-26} \text{Watt m}^{-2} \text{Hz}^{-1}$ ονομάζουμε στην ραδιοαστρονομία Jansky (Jy), προς τιμή του πρώτου

ραδιοαστρονόμου Karl G. Jansky. Χρησιμοποιείται σαν μονάδα μέτρησης της πυκνότητας ροής των διαφόρων ραδιοπηγών. Η ελάχιστη πυκνότητα ροής μιάς πηγής που μπορεί να παρατηρηθεί είναι της τάξης των 10^{-3} μέχρι 10^{-4} Jy.

3. Πυκνότητα Ενέργειας

Για μιά πηγή στερεάς γωνίας Ω_S η πυκνότητα ενέργειας (energy density) ορίζεται σαν:

$$u = \frac{\Omega_S}{c} I, \text{ Joule m}^{-3} \text{ Hz}^{-1}. \quad (13)$$

Για την περίπτωση του μέλανος σώματος η ένταση ακτινοβολίας δίνεται από την Σχέση (5) και η πυκνότητα ενέργειας είναι:

$$u = \frac{2hv^3 \Omega_S}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{hv}{kT}} - 1}. \quad (14)$$

Αν η ακτινοβολία είναι ομογενής ως προς όλες τις διευθύνσεις ($\Omega_S = 4\pi$), τότε η πυκνότητα ενέργειας της προηγούμενης σχέσης γίνεται:

$$u = \frac{8\pi hv^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{hv}{kT}} - 1}. \quad (15)$$

4. Νόμος Rayleigh-Jeans

Επειδή στην περιοχή των ραδιοκυμάτων έχουμε $hv \ll kT$ (τα ραδιοκύματα έχουν μεγάλο μήκος κύματος και άρα μικρές συχνότητες) ο παρανομαστής της Σχέσης (5) μπορεί να γραφεί:

$$e^{\frac{hv}{kT}} - 1 \approx \frac{hv}{kT}. \quad (16)$$

Με τη βοήθεια της (16) η (5) γίνεται:

$$B_\lambda = \frac{2kT}{\lambda^2}. \quad (17)$$

Η τελευταία αυτή σχέση αποτελεί το νόμο Rayleigh - Jeans και είναι μια πολύ χρήσιμη προσέγγιση στην περιοχή των ραδιοκυμάτων.

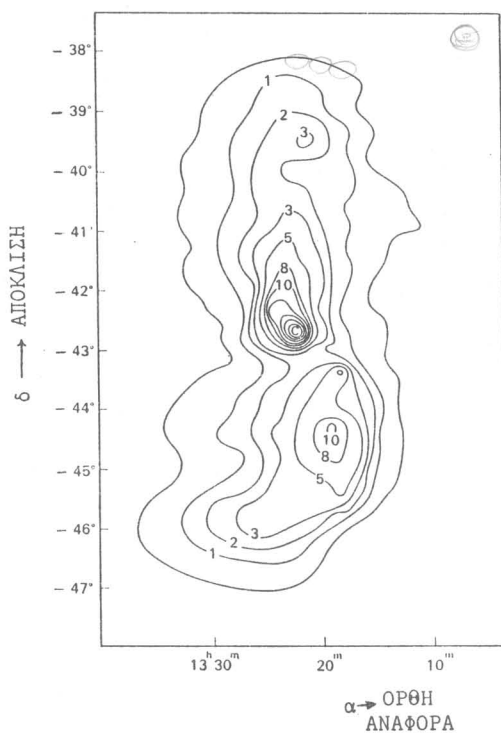
Η πυκνότητα ροής μιάς σταθερής ραδιοπηγής στερεάς γωνίας Ω_S

γίνεται, με βάση την Σχέση (17):

$$S = B_{\lambda} \Omega_S = \frac{2kT}{\lambda^2} \Omega_S. \quad (18)$$

Στη ραδιοαστρονομία, άσχετα με τη μορφή της ακτινοβολίας, θερμική ή μη θερμική*, χρησιμοποιούμε τη Σχέση (18) για την κατασκευή ραδιοχαρτών. Οι χάρτες αυτοί, για ευκολία, δίνουν τις περιοχές ίσης θερμοκρασίας αντί των περιοχών ίσης πυκνότητας ροής. Η θερμοκρασία που προσδιορίζεται έτσι, ονομάζεται θερμοκρασία λαμπρότητας και δίνεται συνήθως σαν συνάρτηση της ορθής αναφοράς α και της απόκλισης δ .

Το Σχήμα 7 δίνει το ραδιοχάρτη ενός ραδιογαλαξία (Centaurus A)



Σχήμα 7

* Θερμική ονομάζεται η ακτινοβολία που προέρχεται από την σύγκρουση φορτισμένων σωματιδίων, ενώ μη θερμική, η ακτινοβολία που προκύπτει από την επιτάχυνση ηλεκτρονίων υψηλής ταχύτητας μέσα σε μαγνητικά πεδία.

για παρατηρήσεις σε μήκος κύματος $\lambda = 31 \text{ cm}$. Ο οπτικός γαλαξίας που συνδέεται με αυτήν την ραδιοπηγή είναι ένας ελλειπτικός γαλαξίας, ο NGC 5128. Οι αριθμοί είναι θερμοκρασίες λαμπρότητας σε βαθμούς Kelvin. Για την εσωτερική περιοχή C, η θερμοκρασία είναι $100 \text{ }^\circ\text{K}$ και ο οπτικός γαλαξίας βρίσκεται σ'αυτή ακριβώς τη θέση.

5. Απορρόφηση Ηλεκτρομαγνητικής Ακτινοβολίας

Ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται διαμέσου ύλης παθαίνει απορρόφηση.

Ας θεωρήσουμε την περίπτωση κύματος αρχικής έντασης I_0 που διαδίδεται διαμέσου απορροφούσης ύλης ή νέφους (Σχήμα 8α). Κατά τη διέλευση του κύματος από το στρώμα πάχους dx η ένταση της ακτινοβολίας θα ελαττωθεί κατά μιά ποσότητα dI που δίνεται από τη σχέση:

$$dI = - I \alpha dx, \quad (19)$$

όπου: I = ένταση ακτινοβολίας στο σημείο x , $\text{Watt m}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{rad}^{-2}$,

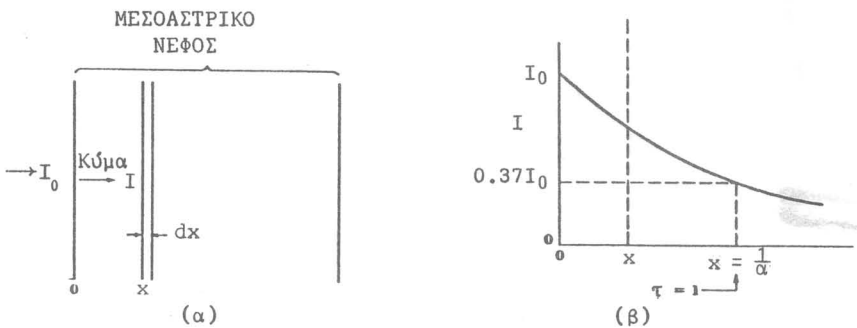
α = σταθερά απορρόφησης, m^{-1}

dx = στοιχειώδες μήκος, m .

Μετά την ολοκλήρωση, η Σχέση (19) δίνει:

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (20)$$

όπου I_0 = ένταση της ακτινοβολίας στην αρχή του μέσου.



Σχήμα 8

Το γινόμενο αx ονομάζεται οπτικό πάχος, είναι αδιάστατο μέγεθος και συμβολίζεται με τ :

$$\tau = \alpha x. \quad (21)$$

Έτσι η Σχέση (20) γίνεται:

$$I = I_0 e^{-\tau}. \quad (22)$$

Για $\tau = 1$ έχουμε: $I = I_0 e^{-1} = 0,37 I_0$ (Σχήμα 86).

Σε περίπτωση αεριώδους μέσου απορρόφησης, η σταθερά α εκφράζεται σαν συνάρτηση της πυκνότητας και του συντελεστή απορρόφησης k , ως εξής:

$$\alpha = k\rho, \quad (23)$$

όπου: α = σταθερά απορρόφησης, σε m^{-1} ,

k = συντελεστής απορρόφησης, σε $m^2 kg^{-1}$,

ρ = πυκνότητα, σε $Kg m^{-3}$.

Αν το νέφος δεν έχει σταθερή πυκνότητα τότε το οπτικό πάχος τ δίνεται από τη σχέση:

$$\tau = \int_0^{x_{ολ}} k\rho(x) dx, \quad (24)$$

όπου $x_{ολ}$ = ολικό μήκος του νέφους.

6. Μεσοαστρική Απορρόφηση

Η μεσοαστρική ύλη απορροφά την ακτινοβολία των αστέρων, ο δε βαθμός απορρόφησης εξαρτάται από την απόσταση του αστερά, το μήκος κύματος και τη διεύθυνση προς την οποία παρατηρείται. Η μεσοαστρική ύλη δεν είναι ομοιόμορφα κατανομημένη, αλλά παρουσιάζει αυξημένη συγκέντρωση στο επίπεδο του Γαλαξία.

Όπως έχει αναφερθεί, αρχική ένταση ακτινοβολίας I_0 , μετά τη διέλευση από νέφος μεσοαστρικής ύλης οπτικού πάχους τ , γίνεται:

$$I = I_0 e^{-\tau}, \quad (\text{Σχέση 22}). \quad (25)$$

Η σχέση αυτή είναι γενική και ισχύει για οποιαδήποτε φασματική περιοχή, είναι δε της ίδιας μορφής, π.χ., με εκείνη που καθορίζει τον αριθμό των ραδιενεργών πυρήνων που απομένουν λόγω διάσπασης.

Η διέλευση της ακτινοβολίας ενός αστερά από τη μεσοαστρική

ύλη έχει σαν αποτέλεσμα τη μείωση της φαινομένης λαμπρότητας του αστέρα, δηλαδή την αύξηση του φαινομένου μεγέθους του. Αν $m_{\text{πρ.}}$ είναι το μέγεθος ενός αστέρα χωρίς απορρόφηση και $m_{\text{παρ.}}$ είναι το μέγεθος που παρατηρούμε (δηλαδή αφού η ακτινοβολία πάθει την απορρόφηση) τότε η διαφορά των δύο αυτών μεγεθών μετρά την απορρόφηση $A(\lambda, r)$ που εξαρτάται από το μήκος κύματος της παρατήρησης λ και την απόσταση r , δηλαδή:

$$m_{\text{παρ.}} - m_{\text{πρ.}} = A(\lambda, r). \quad (26)$$

Έτσι, η σχέση που συνδέει το φαινόμενο με το απόλυτο μέγεθος και την απόσταση:

$$M - m_{\text{πρ.}} = 5 - 5 \log r, \quad (27)$$

όπου M = το απόλυτο μέγεθος του αστέρα,

$m_{\text{πρ.}}$ = το φαινόμενο μέγεθος πριν γίνει η απορρόφηση,

r = η απόσταση αστέρα - παρατηρητή σε pc,

γίνεται, λόγω της Σχέσης (26):

$$M - m_{\text{παρ.}} = 5 - 5 \log r - A. \quad (28)$$

Συνήθως θεωρούμε τη μεσοαστρική απορρόφηση A αντίστροφα ανάλογη του μήκους κύματος παρατήρησης, δηλαδή:

$$A = b(r) \frac{1}{\lambda}. \quad (29)$$

Από την παραπάνω σχέση φαίνεται ότι η απορρόφηση είναι μεγαλύτερη στο κυανό μέρος του φάσματος (μικρό λ) από ότι στο ερυθρό (μεγάλο λ). Συνέπεια αυτού είναι το ότι οι αστέρες φαίνονται χρωματισμένοι κόκκινοι. Το αποτέλεσμα αυτό της μεσοαστρικής απορρόφησης ονομάζεται ερυθρή χρώση (reddening) των αστέρων.

Χρησιμοποιώντας τη σχέση:

$$m_{\text{παρ.}} - m_{\text{πρ.}} = 2,5 \log \frac{I_0}{I}, \quad (30)$$

προκύπτει ότι η απορρόφηση A συνδέεται με το οπτικό πάχος του νέφους με τη σχέση:

$$A = 1,086\tau. \quad (31)$$

Ο δείκτης χρώματος που μετριέται παρουσία της μεσοαστρικής ύλης είναι διαφορετικός του πραγματικού. Σαν δείκτης χρώματος ορίζεται η διαφορά των φαινομένων μεγεθών που μετρούνται σε δύο διαφορετικές περιοχές του φάσματος, π.χ. με τη βοήθεια φίλτρων. Έτσι ο δείκτης χρώματος $B-V$ δίνει τη διαφορά των φαινομένων μεγεθών που μετρούνται στην κυανή ($B = \text{blue}$) και στην ορατή ($V = \text{visual}$) περιοχή του οπτικού φάσματος. Ονομάζουμε υπεροχή χρώματος, $E(B-V)$ τη διαφορά*:

$$\begin{aligned} E(B-V) &= (B-V)_{\text{παρατηρ.}} - (B-V)_{\text{πραγματικό}} = \\ &= B_{\text{παρατηρ.}} - B_{\text{πραγμ.}} - (V_{\text{παρατ.}} - V_{\text{πραγμ.}}) = \\ &= A_B - A_V, \end{aligned} \quad (32)$$

όπου A_B και A_V συμβολίζουν την απορρόφηση στο κυανό (B) και στο οπτικό (V) μέρος του φάσματος, αντίστοιχα.

Τρίτη συνέπεια της παρουσίας της μεσοαστρικής ύλης, εκτός από την απορρόφηση και τη χρώση, είναι η πόλωση του φωτός των αστερών.

Ο βαθμός της πόλωσης** αυξάνει όσο μακρύτερα είναι η ραδιοπηγή από τον παρατηρητή και όσο πλησιέστερα βρίσκεται στο γαλαξιακό επίπεδο. Το επίπεδο της πολωμένης ακτινοβολίας ταυτίζεται με τη διεύθυνση του γαλαξιακού επιπέδου.

7. Εξίσωση Μεταφοράς

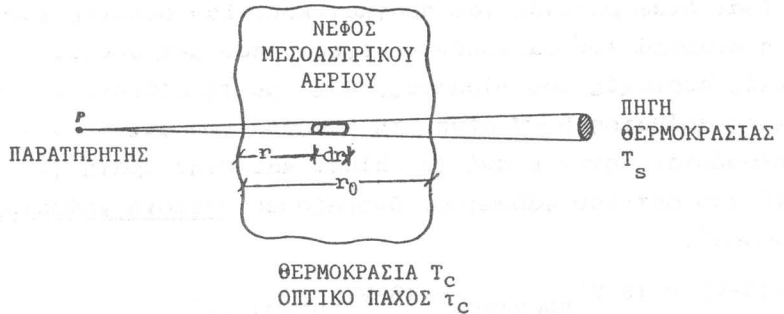
Έστω ότι μιιά πηγή έντασης I_s παρατηρείται διαμέσου ενός νέφους ικανού να απορροφά και να εκπέμπει ακτινοβολία, όπως φαίνεται στο Σχήμα 9.

* Πρόκειται για τη διαφορά δύο δεικτών χρώματος. Ο ένας προσδιορίζεται με απορρόφηση, $(B-V)_{\text{παρατηρ.}}$, ενώ ο άλλος χωρίς την απορρόφηση, $(B-V)_{\text{πραγμ.}}$.

** Ο βαθμός πόλωσης β ορίζεται από τη σχέση:

$$\beta = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

όπου I_{\max} και I_{\min} είναι η μέγιστη και ελάχιστη ένταση της ακτινοβολίας που μετριέται με την παρεμβολή πολωτών στην πορεία του φωτός των αστερών.



Σχήμα 9

Η μεταβολή της έντασης dI που προκαλείται από τον όγκο μήκους dr δίνεται από την σχέση:

$$dI = -Ikrdr + \frac{j}{4\pi} \rho dr, \quad (33)$$

όπου ο πρώτος όρος στο δεξιό μέλος εκφράζει την απώλεια λόγω απορρόφησης, ενώ ο δεύτερος το κέρδος, λόγω της εσωτερικής εκπομπής του νέφους. j είναι ο συντελεστής εκπομπής, σε $\text{Watt Kg}^{-1}\text{Hz}^{-1}$. Ο παράγοντας $4\pi(\text{rad}^2)$ είναι η στερεά γωνία που αντιστοιχεί σε μία πλήρη σφαίρα, έχει δε τεθεί για να δίνει μονάδες έντασης ακτινοβολίας, δηλαδή:

$$\begin{aligned} \frac{j}{4\pi} \rho dr &= \frac{\text{Watt Kg}^{-1}\text{Hz}^{-1}}{\text{rad}^2} \times \text{Kg m}^{-3} \text{m} = \\ &= \text{Watt m}^{-2}\text{Hz}^{-1}\text{rad}^{-2} \text{ (μονάδες έντασης ακτινοβολίας)}. \end{aligned}$$

Η (33) ονομάζεται εξίσωση μεταφοράς.

(Συγκρίνατε τον όρο $-Ikrdr$ με τη Σχέση (19) και τον όρο $j\rho dr$ που δίνει την εκπομπή του νέφους με τον $krdr$).

Η Εξίσωση (33) είναι γραμμική διαφορική εξίσωση πρώτης τάξης και η ολοκλήρωση δίνει:

$$I = I_s e^{-\tau_c} + \frac{j}{4\pi k} (1 - e^{-\tau_c}), \quad (34)$$

όπου:

I = παρατηρούμενη ένταση, σε $\text{Watt m}^{-2}\text{Hz}^{-1}\text{rad}^{-2}$,

I_s = πραγματική ένταση της πηγής,

$$\tau_c = \int_0^{r_0} k \rho dr = \text{οπτικό πάχος του νέφους που έχει ολικό μήκος } r_0, \text{ αδιάστατο μέγεθος,}$$

j = συντελεστής εκπομπής, σε $\text{Watt Kg}^{-1}\text{Hz}^{-1}$,

k = συντελεστής απορρόφησης, σε m^2Kg^{-1} ,

ρ = πυκνότητα, σε Kg m^{-3} .

Ο πρώτος όρος στην (34) δίνει την ελάττωση της έντασης της πηγής λόγω της παρουσίας του νέφους. Ο δεύτερος όρος δίνει την συνεισφορά στην παρατηρούμενη ένταση λόγω της κατ'αρχήν απορρόφησης και στη συνέχεια εκπομπής του νέφους.

Στην περίπτωση θερμοδυναμικής ισορροπίας δεν υπάρχει μεταβολή στην ένταση ($dI = 0$) και η Σχέση (33) δίνει:

$$I_c = \frac{j}{4\pi k}, \quad (35)$$

όπου:

I_c = εσωτερική ένταση του νέφους.

Έτσι η (34) μπορεί να γραφεί:

$$I = I_s e^{-\tau_c} + I_c (1 - e^{-\tau_c}). \quad (36)$$

Χρησιμοποιώντας τον νόμο των Rayleigh-Jeans (Σχέση (17)) η (36) παίρνει την μορφή:

$$T_b = T_s e^{-\tau_c} + T_c (1 - e^{-\tau_c}), \quad (37)$$

όπου:

T_b = παρατηρούμενη θερμοκρασία λαμπρότητας, σε $^{\circ}\text{K}$,

T_s = θερμοκρασία της πηγής, σε $^{\circ}\text{K}$,

T_c = θερμοκρασία του νέφους, σε $^{\circ}\text{K}$.

Η σημασία της Εξίσωσης (37) φαίνεται όταν την εξετάσουμε για τις εξής τέσσερις περιπτώσεις:

- i) $\tau_c = 0$ (διαφανές νέφος),
- ii) $\tau_c \gg 1$ (αδιαφανές νέφος),
- iii) $\tau_c = 1$ (ενδιάμεση περίπτωση),
- iv) $T_c = T_s$ (θερμοκρασίες πηγής και νέφους ίδιες).

Στην περίπτωση (i) παίρνουμε $T_b = T_s$, δηλαδή παρατηρούμε την πραγματική θερμοκρασία της πηγής.

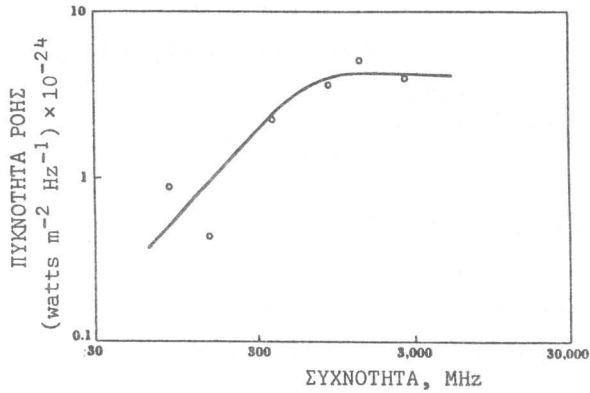
Στην περίπτωση (ii) παίρνουμε $T_b = T_c$, δηλαδή παρατηρούμε μόνο το νέφος.

Στην περίπτωση (iii) παίρνουμε:

$$T_b = 0,368 T_s + 0,632 T_c, \quad (38)$$

δηλαδή βλέπουμε και την πηγή και το νέφος με μειωμένες θερμοκρασίες.

Στην τελευταία περίπτωση παίρνουμε: $T_b = T_s = T_c$, δηλαδή άσχετα με το πάχος του νέφους βλέπουμε πάντα την ίδια θερμοκρασία.

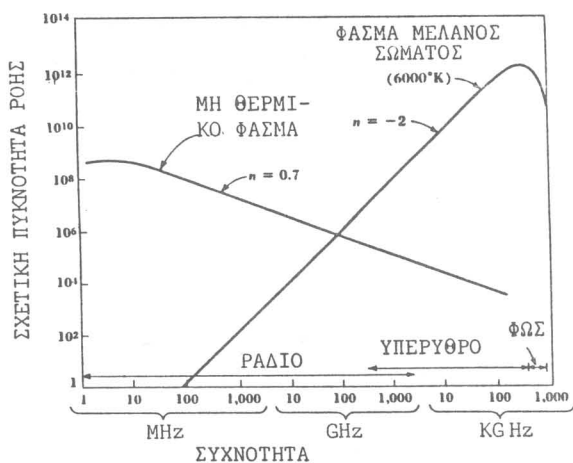


Σχήμα 10

4. Ακτινοβολία Σύγχροτρο

Για φασματικό δείκτη στην περιοχή $+0,3$ και $+1,3$ έχουμε μη θερμικές ραδιοπηγές, όπου η ακτινοβολία προέρχεται από επιτάχυνση ρελατιβιστικών ηλεκτρονίων (ταχύτητες ηλεκτρονίων κοντά στην ταχύτητα του φωτός) σε μαγνητικά πεδία. Η ακτινοβολία είναι πολωμένη από την αρχή της δημιουργίας της και απαντάται κυρίως στα υπολείμματα των υπερκαινοφανών. Παρατηρήθηκε για πρώτη φορά στους επιταχυντές σύγχροτρο, γιαυτό ονομάζεται ακτινοβολία σύγχροτρο. Επειδή τα μαγνητικά πεδία των ραδιοπηγών είναι μικρής έντασης η ακτινοβολία που εκπέμπεται ανήκει στο ραδιοφωνικό φάσμα. Αντίθετα η ακτινοβολία των επιταχυντών σύγχροτρο βρίσκεται στο ορατό μέρος του φάσματος.

Το Σχήμα 11 δίνει το ραδιοφάσμα μιάς μη θερμικής πηγής μαζί με το φάσμα μιάς θερμικής πηγής θερμοκρασίας $6000 \text{ }^\circ\text{K}$ (δηλαδή της ίδιας θερμοκρασίας με τον Ήλιο). Το σχήμα καλύπτει τη ραδιοφωνική και την οπτική περιοχή. Εξηγεί γιατί ο ουρανός στις ραδιοφωνικές συχνότητες είναι τόσο διαφορετικός από ότι στις οπτικές συχνότητες. Ένα υψηλής θερμοκρασίας μέλαν σώμα, όπως οι αστέρες, εκπέμπει ισχυρά στην οπτική περιοχή του φάσματος ενώ στη περιοχή των ραδιοκυμάτων εκπέμπει εξασθενημένα. Το αντίθετο ισχύει για μια μη θερμική πηγή. Έτσι η οπτική εικόνα δείχνει αστέρια κατά πλείονη φηφία, ενώ η ραδιοεικόνα παρουσιάζει τα νέφη των ρελατιβιστικών



Σχήμα 11

ηλεκτρονίων. Γενικά οι δύο αυτές κατανομές είναι αρκετά διαφορετικές.

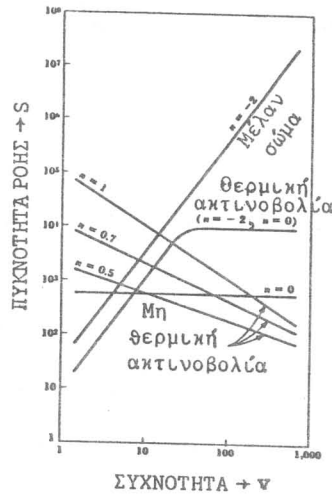
Ο Πίνακας I που ακολουθεί δίνει τους διάφορους φασματικούς δείκτες και την πυκνότητα ροής για διάφορες μη θερμικές πηγές.

Π Ι Ν Α Κ Α Σ Ι

Π Η Γ Η	ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΡΟΗΣ ΣΕ JANSKIES σε 400 MHz	ΦΑΣΜΑΤΙΚΟΣ ΔΕΙΚΤΗΣ
A Κασσιόπης	6100	0,77
A Κύκνου	4500	0,7 - 1,2
A Ύδρας	133	0,87
A Ταύρου	1230	0,27
A Παρθένου	580	0,83
3 C 28*	66	1,10
3 C 48*	36	0,2 - 0,7

* 3 C 28 και 3 C 48 σημαίνουν αντίστοιχα τις ραδιοπηγές με αριθμούς 28 και 48 στον τρίτο κατάλογο του Cambridge.

Το Σχήμα 12 δείχνει το φάσμα που υπολογίστηκε για διάφορες τιμές του φασματικού δείκτη και για τις τρεις περιπτώσεις συνεχών πηγών.



Σχήμα 12

5. Προσδιορισμός Φασματικού Δείκτη Θερμικής Πηγής

Στην περίπτωση θερμικής πηγής ο φασματικός δείκτης εξαρτάται από το οπτικό πάχος της πηγής. Έτσι ο προσδιορισμός του φασματικού δείκτη θα γίνει για δύο περιπτώσεις:

α) Για υψηλές ραδιοφωνικές συχνότητες, όπου η περιοχή είναι οπτικά αραιή ($\tau_c \ll 1$) και,

β) Για χαμηλές ραδιοφωνικές συχνότητες, όπου η περιοχή είναι οπτικά πυκνή ($\tau_c \gg 1$).

Η πυκνότητα ροής μιας πηγής ομοιόμορφης θερμοκρασίας και στερεάς γωνίας Ω_s δίνεται από τη σχέση:

$$S = \frac{2k}{\lambda^2} T_b \Omega_s, \quad (44)$$

όπου T_b είναι η παρατηρούμενη θερμοκρασία λαμπρότητας της περιοχής του ιονισμένου υδρογόνου (HII).

Από την εξίσωση:

$$T_b = T_s e^{-\tau_c} + T_c (1 - e^{-\tau_c}), \quad (\text{Σχέση 37}), \quad (45)$$

για $T_s = 0$ (απουσία πηγής) προκύπτει:

$$T_b = T_c (1 - e^{-\tau_c}), \quad (46)$$

όπου T_c = θερμοκρασία του νέφους, σε $^{\circ}\text{K}$,

και τ_c = οπτικό πάχος νέφους, καθαρός αριθμός.

α) Οπτικά αραιή περιοχή ($\tau_c < 1$)

Σαυτή την περίπτωση η Σχέση (46) δίνει:

$$T_b = T_c \tau_c. \quad (47)$$

Δηλαδή η θερμοκρασία λαμπρότητας της θερμικής πηγής εξαρτάται από τη θερμοκρασία του νέφους T_c και το οπτικό πάχος τ_c . Η σχέση που δίνει τη σταθερά απορρόφησης του νέφους για την περιοχή της συνεχούς ραδιοφωνικής ακτινοβολίας είναι:

$$\alpha = 8,23 \times 10^{-2} N_e^2 T_e^{-1,35} \nu^{-2,1}, \quad (48)$$

όπου α = σταθερά απορρόφησης, σε pc^{-1} ,

N_e = πυκνότητα ηλεκτρονίων ανά μονάδα όγκου, σε cm^{-3} ,

ν = συχνότητα, σε GHz,

T_e = θερμοκρασία ηλεκτρονίων, σε $^{\circ}\text{K}$.

Η τελευταία εξίσωση αποτελεί μια πολύ χρήσιμη προσέγγιση για την ανάλυση ραδιοαστρονομικών παρατηρήσεων των περιοχών HII. Εδώ θεωρούμε ότι ο αριθμός των ηλεκτρονίων είναι ίσος με τον αριθμό των ιόντων, δηλαδή $N_e = N_i$ και έτσι έχουμε γράψει αντί για το ακριβές $N_e N_i$, το N_e^2 .

Το οπτικό πάχος του νέφους που χρειάζεται στην Εξίσωση (47) δίνεται από το ολοκλήρωμα της τελευταίας σχέσης επί όλου του μήκους απορρόφησης r_0 (Σχέση 24):

$$\tau_c = \int_0^{r_0} \alpha dr = 8,23 \times 10^{-2} T_e^{-1,35} \nu^{-2,1} \int_0^{r_0} N_e^2 dr. \quad (49)$$

Το ολοκλήρωμα $\int_0^{r_0} N_e^2 dr$ ονομάζεται μέτρο εκπομπής (emission measure, EM) της ιονισμένης περιοχής. Συνήθως εκφράζεται σε μονάδες: ηλεκτρόνια ανά cm^3 για το N_e και parsecs για το r (δηλαδή pc/cm^6). Η τελευταία σχέση για $T_e = 10^4$ OK (θερμοκρασία περιοχών HII) δίνει:

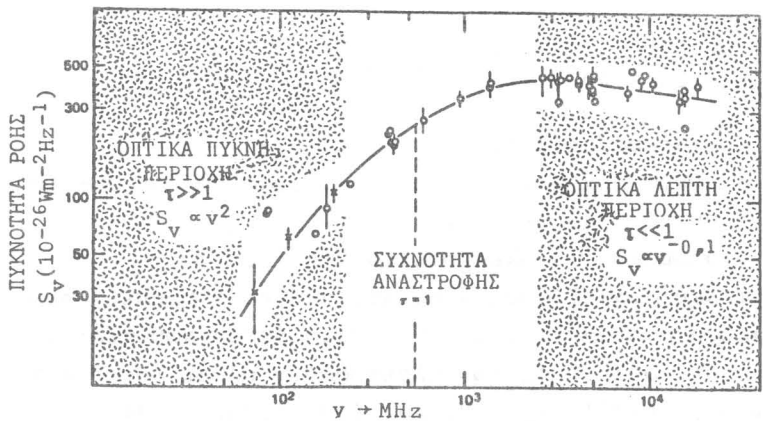
$$\tau_C = 3,3 \times 10^{-7} v^{-2,1} \int_0^{r_0} N_e^2 dr = 3,3 \times 10^{-7} v^{-2,1} \text{EM}. \quad (50)$$

Τελικά η πυκνότητα ροής λόγω της τελευταίας σχέσης γίνεται:

$$S \propto \frac{\tau_C}{\lambda^2} \propto \frac{v^{-2,1}}{\lambda^2} \propto v^{-0,1}, \quad (51)$$

δηλαδή ο φασματικός δείκτης για την οπτικά αραιή περιοχή είναι περίπου ίσος με μηδέν ($n = 0,1$) και άρα η πυκνότητα ροής, σχεδόν ανεξάρτητη της συχνότητας.

Το Σχήμα 13 δίνει το ραδιοφάσμα μιάς θερμικής πηγής που προσδιορίστηκε πειραματικά.



Σχήμα 13

Η συχνότητα για την οποία έχουμε $\tau = 1$ ονομάζεται συχνότητα αναστροφής.

β) Οπτικά πυκνή περιοχή ($\tau_C \gg 1$)

Για οπτικά πυκνή περιοχή η Σχέση (45) δίνει:

$$T_b = T_C, \quad (52)$$

και έτσι :

$$S = \frac{2kT_C}{\lambda^2} \Omega_S , \quad (53)$$

δηλαδή :

$$S \propto \lambda^{-2} \propto \nu^2 . \quad (54)$$

Ο φασματικός δείκτης είναι ο ίδιος με αυτόν του μέλανος σώματος ($n = -2$).

Παράδειγμα 1. Για την περιοχή ιονισμένου υδρογόνου (HII) του νεφελώματος της Ροζέττας (Rosette nebula) δίνεται η ακτίνα της σφαίρας ιονισμού (σφαίρα Strömgren) 37 pc και η θερμοκρασία λαμπρότητας στα 242 MHz βρέθηκε ότι είναι 200 °K. Να βρεθεί η πυκνότητα των ελευθέρων ηλεκτρονίων.

Λύση: Υποθέτοντας ότι η περιοχή αυτή είναι οπτικά αραιή ($\tau_C \ll 1$) έχουμε, από την (47) :

$$\tau_C = \frac{T_b}{T_C} = \frac{200}{10000} = 2 \times 10^{-2} .$$

Άρα το μέτρο εκπομπής είναι, από την Εξίσωση (50) :

$$EM = 3 \times 10^6 \tau_C \nu^{2,1} = 3 \times 10^6 \times 2 \times 10^{-2} \times (0,242)^{2,1} = 3,1 \times 10^3 \text{ pc cm}^{-6} .$$

Τελικά η πυκνότητα των ελευθέρων ηλεκτρονίων είναι :

$$N_e = \sqrt{\frac{EM}{r}} = \sqrt{\frac{3,1 \times 10^3}{37}} \approx 9 \text{ cm}^{-3} .$$

6. Γραμμική Ακτινοβολία

Γραμμικό φάσμα προκύπτει όταν έχουμε μεταπήδηση μεταξύ δύο καθορισμένων ενεργειακών καταστάσεων. Τέτοιας μορφής ακτινοβολία στην περιοχή της ραδιοαστρονομίας μπορεί να είναι :

- i) Γραμμές ραδιοεπανασύνδεσης, από περιοχές ιονισμένου υδρογόνου (HII),
- ii) Γραμμές ουδέτερου υδρογόνου, από περιοχές HI,
- iii) Διάφορες μοριακές γραμμές.

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΚΕΡΑΙΩΝ ΚΑΙ ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΣΕ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ

1. Αρχή της Αντιστροφής

Ο ρόλος της κεραίας ενός ραδιοτηλεσκοπίου είναι αντίστοιχος προς τους φακούς ή τα κάτοπτρα των οπτικών τηλεσκοπίων. Η κεραία συλλέγει ραδιοφωνική ακτινοβολία η οποία μεταφέρεται από τη γραμμή μεταφοράς στον ραδιοδέκτη όπου ενισχύεται και στη συνέχεια καταγράφεται. Για να έχουμε μικρές απώλειες στο σήμα, οι σύνθετες αντιστάσεις της κεραίας, της γραμμής μεταφοράς και του ραδιοδέκτη πρέπει να ταυτίζονται.

Μια κεραία μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε για τη λήψη ακτινοβολίας (κεραίες ραδιοαστρονομίας και τηλεπικοινωνιών) είτε για την εκπομπή ακτινοβολίας (κεραίες ραδιοφωνίας και τηλεπικοινωνιών) είτε για εκπομπή και λήψη (radar). Οποιαδήποτε και αν είναι η χρήση της κεραίας ισχύει για αυτές η αρχή της αντιστροφής που εκφράζεται ως εξής:

Μία κεραία εκπέμπει ενέργεια με τον ίδιο τρόπο με τον οποίο θα ελάμβανε την ενέργεια εάν λειτουργούσε σαν κεραία λήψης. Βασική υπόθεση είναι ότι η συχνότητα εκπομπής και λήψης είναι η ίδια. Έτσι τα χαρακτηριστικά μιας κεραίας είναι τα ίδια ανεξάρτητα του εάν η κεραία εκπέμπει ή λαμβάνει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.

2. Διαγράμματα Ακτινοβολίας Κεραίων

Ο τρόπος με τον οποίο μία κεραία ακτινοβολεί ενέργεια προς τις διάφορες διευθύνσεις δίνεται από το διάγραμμα ή πρότυπο ακτινοβολίας της κεραίας. Το διάγραμμα αυτό σύμφωνα με την αρχή της αντιστροφής είναι το ίδιο για τις περιπτώσεις εκπομπής ή λήψης.

Για να καθορίσουμε το διάγραμμα ακτινοβολίας μιας κεραίας χρειάζονται γραφικές παραστάσεις τριών διαστάσεων. Επειδή τέτοια διαγράμματα είναι πολύ δύσκολο να αποδοθούν, δίνονται συνήθως τμήμας του διαγράμματος ακτινοβολίας με κατάλληλα επίπεδα. Οι επίπεδες

καμπύλες που προκύπτουν ονομάζονται επίπεδα διαγράμματα ακτινοβολίας.

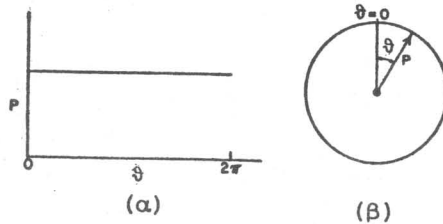
Γενικά το διάγραμμα ακτινοβολίας μιας κεραίας εξαρτάται από τις σφαιρικές συντεταγμένες r , θ , φ και την συχνότητα. Εάν η ακτινοβολία προέρχεται από μεγάλες αποστάσεις, όπως συμβαίνει στην ραδιοαστρονομία η εξάρτηση από την απόσταση είναι αμελητέα.

Το διάγραμμα ακτινοβολίας μιας κεραίας μπορεί να εκφραστεί σαν συνάρτηση:

- α) Πυκνότητας της ισχύος, $P(\theta, \varphi)$, σε μονάδες Watt m^{-2} ,
- β) Ισχύος ανά μονάδα στερεάς γωνίας, $U(\theta, \varphi)$, σε μονάδες Watt rad^{-2} ,
- γ) Έντασης του ηλεκτρικού πεδίου, $E(\theta, \varphi)$, σε μονάδες Volt m^{-1} .

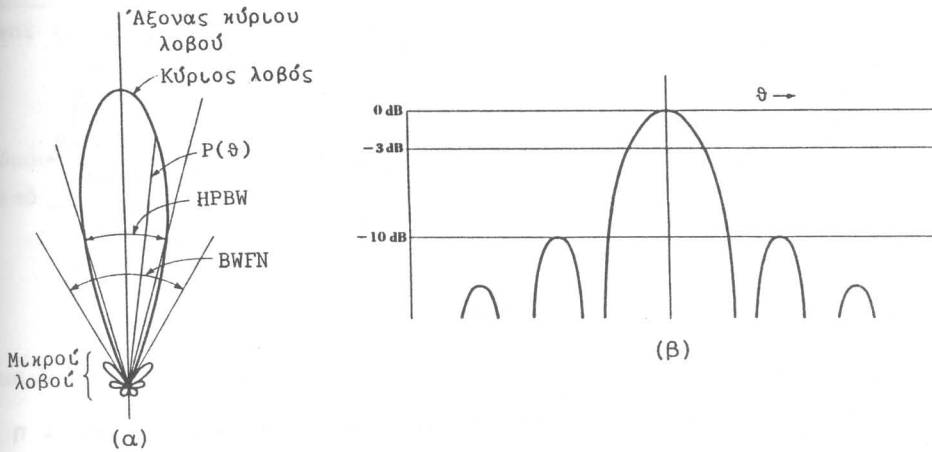
Τα διαγράμματα που περιγράφονται με βάσει τις εκφράσεις α) ή β) ονομάζονται διαγράμματα ή πρότυπα ισχύος.

Ένα διάγραμμα ακτινοβολίας μπορεί να σχεδιαστεί σε πολικές ή ορθογώνιες συντεταγμένες. Το Σχήμα 40 δείχνει το διάγραμμα ισχύος $P(\theta)$ μιας ισότροπης κεραίας (ακτινοβολεί σταθερή ποσότητα ισχύος στις διάφορες διευθύνσεις) σε ορθογώνιες και σφαιρικές συντεταγμένες.



Σχήμα 40

Το επίπεδο διάγραμμα ισχύος $P(\theta)$ μιας τυπικής κεραίας ραδιοτηλεσκοπίου φαίνεται στο Σχήμα 41α σε πολικές συντεταγμένες. Το διάγραμμα αυτό είναι αρκετό για την πλήρη περιγραφή του προτύπου ισχύος στην περίπτωση συμμετρικού προτύπου. Το τριών διαστάσεων διάγραμμα παράγεται με την περιστροφή του Σχήματος 41α γύρω από τον άξονα συμμετρίας του. Η απόσταση από το κέντρο του διαγράμματος ακτινοβολίας δείχνει το ποσό της ακτινοβολούμενης πυκνότητας ισχύος στη διεύθυνση που σχηματίζει γωνία θ με τον άξονα του κύριου



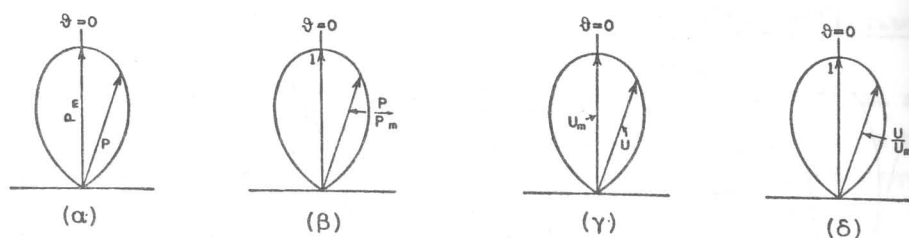
Σχήμα 41

λοβού. Το ίδιο διάγραμμα σε ορθογώνιες συντεταγμένες δίνεται στο Σχήμα 41β. Η βαθμολόγηση στον κατακόρυφο άξονα είναι σε decibel ($10 \log \frac{P(\theta)}{P_{\alpha}(\theta)}$, όπου P_{α} είναι μία αυθαίρετη στάθμη αναφοράς και P η ισχύς ανά μονάδα επιφάνειας για τις διάφορες διευθύνσεις).

Εκτός από τον κύριο λοβό ακτινοβολίας υπάρχουν και μικροί ή πλευρικοί λοβοί οι οποίοι συλλέγουν ακτινοβολία από μη επιθυμητές διευθύνσεις. Στις περισσότερες εφαρμογές των κεραιών (τηλεπικοινωνίες, radar) η απώλεια ισχύος από τους πλευρικούς λοβούς δεν αποτελεί πρόβλημα ενώ στη ραδιοαστρονομία κάθε προσπάθεια γίνεται για τον περιορισμό τους.

Το πρότυπο ακτινοβολίας μιας κεραιάς ονομάζεται απόλυτο εάν είναι βαθμολογημένο σε τιμές ισχύος, ανά μονάδα επιφάνειας ή στερεάς γωνίας, ή σε τιμές Volts ανά μέτρο. Εάν η κλίμακα είναι κανονικοποιημένη (έχουμε διαιρέσει την κλίμακα με την μέγιστη τιμή του αντίστοιχου μεγέθους οπότε έχουμε τιμή την μονάδα στη διεύθυνση μέγιστης ακτινοβολίας) το διάγραμμα ονομάζεται σχετικό.

Το Σχήμα 42α δείχνει το διάγραμμα ισχύος μιας κεραιάς ενώ στο Σχήμα 42β φαίνεται το σχετικό διάγραμμα ισχύος (μέγιστη τιμή μονάδα). Το απόλυτο και το σχετικό διάγραμμα για την ίδια κεραία αλλά σε μονάδες ισχύος ανά στερεά γωνία φαίνονται στα Σχήματα 42γ και 42δ αντίστοιχα. Όλα τα πρότυπα είναι ίδια στη μορφή. Τα σχετικά πρότυπα (β) και (δ) έχουν και τις ίδιες μονάδες και άρα



Σχήμα 42

είναι ταυτοτικά ίδια.

Γενικά για τα κανονικοποιημένα πρότυπα ακτινοβολίας ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$\frac{P(\vartheta, \varphi)}{P_m(\vartheta, \varphi)} = \frac{U(\vartheta, \varphi)}{U_m(\vartheta, \varphi)} = \left[\frac{E(\vartheta, \varphi)}{E_m(\vartheta, \varphi)} \right]^2, \quad (127)$$

όπου με τον δείκτη m συμβολίζουμε την μέγιστη τιμή του αντίστοιχου μεγέθους.

Οι αναλυτικές εκφράσεις των διαφόρων προτύπων είναι γνωστές για σχετικά απλές κεραίες. Για τις περισσότερες περιπτώσεις το διάγραμμα ακτινοβολίας είναι πολύ πολύπλοκο και δίνεται με τη μορφή καμπυλών οι οποίες προκύπτουν από πειραματικές μετρήσεις του προτύπου ακτινοβολίας.

Παράδειγμα 2. Να υπολογιστεί η ολική ισχύς που ακτινοβολείται από:

α) Ισότροπη κεραία (Σχήμα 40),

β) Κεραία της οποίας το πρότυπο ακτινοβολίας δίνεται από τη σχέση:

$$U(\vartheta) = U_m \sin \vartheta, \quad (128)$$

γ) Κεραία της οποίας το πρότυπο ακτινοβολίας δίνεται από τη σχέση:

$$U(\vartheta) = U_m \eta \mu \vartheta, \quad (129)$$

όπου U_m = μέγιστη τιμή της ισχύος ανά μονάδα στερεάς γωνίας, Watts rad⁻².

Οι κεραίες στις περιπτώσεις β) και γ) ακτινοβολούν ως προς μία μόνο διεύθυνση.

ση. α) Για μία ισότροπη κεραία η πυκνότητα ισχύος είναι σταθερή
 ίση με P_0 και ορίζεται από τη σχέση:

$$\frac{dW}{dS} = P_0, \quad (130)$$

που dS = στοιχειώδης επιφάνεια σφαίρας, $(r^2 \eta \mu \theta d\theta d\phi)$, m^2
 από την (130) προκύπτει:

$$W = \iint P_0 dS = P_0 \iint dS = P_0 r^2 \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \eta \mu \theta d\theta d\phi = 4\pi r^2 P_0. \quad (131)$$

Η ολική ισχύς συναρτήσει της U η οποία είναι σταθερή και ίση
 με U_0 θα είναι:

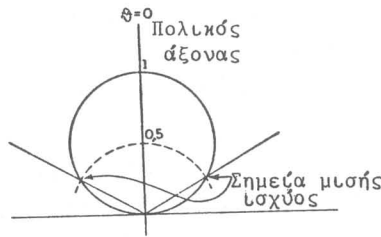
$$\frac{dW}{d\Omega} = U_0, \quad (132)$$

που $d\Omega$ = στοιχειώδης στερεά γωνία, $(\eta \mu \theta d\theta d\phi)$, rad^2 .

Η ολική ισχύς λόγω της (132) θα δίνεται από την:

$$W = \iint_{4\pi} U_0 d\Omega = U_0 \iint_{4\pi} d\Omega = U_0 \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \eta \mu \theta d\theta d\phi = 4\pi U_0. \quad (133)$$

β) Το επίπεδο πρότυπο της κεραίας αυτής σε πολικές συντετα-
 μένες φαίνεται στο Σχήμα 43. Το πλήρες διάγραμμα ακτινοβολίας



Σχήμα 43

προκύπτει με την περιστροφή του επιπέδου αυτού προτύπου γύρω από
 τον πολικό άξονα ($\theta = 0^\circ$). Το διάγραμμα ακτινοβολίας είναι ανε-
 ξάρτητο της γωνίας ϕ , δηλαδή για τυχαία διεύθυνση θ το πρότυπο
 έχει την ίδια τιμή ανεξάρτητη από τη γωνία ϕ .

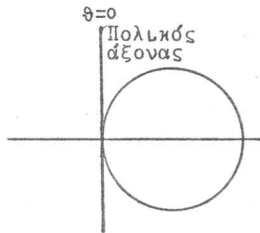
Η ολική ισχύς που ακτινοβολείται είναι:

$$W = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} U_m \sin\theta \eta \mu \theta d\theta d\varphi = \pi U_m. \quad (134)$$

γ) Το επίπεδο διάγραμμα ακτινοβολίας σε πολικές συντεταγμένες για την κεραία αυτή φαίνεται στο Σχήμα 44. Η ολική ισχύς που ακτινοβολείται θα δίνεται από την σχέση:

$$W = \int_{\varphi=0}^{\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} U_m \eta \mu^2 \theta d\theta d\varphi = \frac{\pi^2}{2} U_m. \quad (135)$$

Αν οι κεραίες των περιπτώσεων β) και γ) ακτινοβολούν ως προς δύο διευθύνσεις η ολική ισχύς διπλασιάζεται.



Σχήμα 44

3. Χαρακτηριστικές Γωνίες Κεραιών

Μία παράμετρος σπουδαίας σημασίας για μία κεραία είναι το γωνιώδες άνοιγμα του κύριου λοβού του διαγράμματος ακτινοβολίας. Η γωνία στο μισό της ισχύος, HPBW (Half Power Beam Width, εύρος δέσμης στο μισό της ισχύος) είναι η πιο πολύ χρησιμοποιούμενη. Άλλες φορές γίνεται χρήση της γωνίας μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών BWFN (Beam Width between First Nulls, εύρος δέσμης μεταξύ πρώτων μηδενισμών). Η προσεγγιστική σχέση που ισχύει μεταξύ των δύο αυτών χαρακτηριστικών γωνιών είναι:

$$HPBW \approx \frac{BWFN}{2}. \quad (136)$$

Η γωνία στο μισό της ισχύος καθορίζει την γωνιώδη απόσταση που πρέπει να έχουν δύο σημειακές ραδιοπηγές για να ξεχωρίζουμε την μία από την άλλη. Δηλαδή καθορίζει τη διακριτική ικανότητα του ραδιοτηλεσκοπίου.

Ένας άλλος τρόπος περιγραφής του τρόπου ακτινοβολίας μιας κεραίας βασίζεται στις ακόλουθες στερεές γωνίες:

α) Στερεά γωνία της κεραίας, Ω_A που ορίζεται από την έκφραση:

$$\Omega_A = \iint_{4\pi} P_n(\theta, \varphi) d\Omega, \quad (137)$$

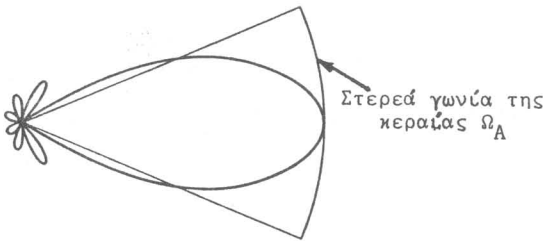
όπου Ω_A = στερεά γωνία της κεραίας, rad^2 ,

$P_n(\theta, \varphi) = P(\theta, \varphi) / P_m(\theta, \varphi)$ = κανονικοποιημένο (σχετικό) διάγραμμα ακτινοβολίας,

$P_m(\theta, \varphi)$ = μέγιστη τιμή πυκνότητας ισχύος, Watts m^{-2} ,

$d\Omega$ = στοιχειώδης στερεά γωνία, rad^2 .

Η Ω_A είναι η στερεά γωνία της κεραίας μέσω της οποίας θα εκπέμπεται η ακτινοβολία εάν η ισχύς ανά μονάδα στερεάς γωνίας παρέμενε σταθερή μέσα σε αυτή την γωνία και ίση με την μέγιστη τιμή. Η σχέση μεταξύ της στερεάς γωνίας της κεραίας Ω_A και του προτύπου ακτινοβολίας φαίνεται στο Σχήμα 45 για ένα συμμετρικό πρότυπο κεραίας.



Σχήμα 45

β) Στερεά γωνία του κύριου λοβού Ω_M (rad^2) που ορίζεται από τη σχέση:

$$\Omega_M = \int \int_{\text{Κύριο λοβό}} P_n(\theta, \varphi) d\Omega, \quad (138)$$

όπου η ολοκλήρωση σε αυτή την περίπτωση περιορίζεται στον κύριο λοβό μόνο.

γ) Στερεά γωνία των μικρών λοβών Ω_{μ} (rad²) που ορίζεται από την έκφραση:

$$\Omega_{\mu} = \int \int_{\substack{\text{Μικρούς} \\ \text{λοβούς}}} P_n(\theta, \varphi) d\Omega. \quad (139)$$

Η σχέση που συνδέει τις 3 στερεές γωνίες είναι:

$$\Omega_{\mu} = \Omega_A - \Omega_M. \quad (140)$$

Τα ολοκληρώματα των Σχέσεων (137) μέχρι (139) υπολογίζονται αναλυτικά μόνο με μερικές πολύ απλές περιπτώσεις όπου τα διαγράμματα ακτινοβολίας είναι συμμετρικά και εκφράζονται από τριγωνομετρικές συναρτήσεις. Μία πολύ χρήσιμη προσέγγιση για τον υπολογισμό της στερεάς γωνίας του κύριου λοβού Ω_M , είναι:

$$\Omega_M = \theta_{HP} \varphi_{HP} = \theta_{HP}^0 \varphi_{HP}^0 / 3283, \text{ rad}^2, \quad (141)$$

όπου θ_{HP} = γωνία στο μισό της ισχύος στο επίπεδο θ , rad,
 φ_{HP} = γωνία στο μισό της ισχύος στο επίπεδο φ , rad,
 θ_{HP}^0 = γωνία στο μισό της ισχύος στο επίπεδο θ , μοίρες,
 φ_{HP}^0 = γωνία στο μισό της ισχύος στο επίπεδο φ , μοίρες,
 $3283 = 57,3^2$, όπου 57,3 είναι οι μοίρες σε ένα rad.

Για να υπολογίσουμε την στερεά γωνία της κεραίας Ω_A χρησιμοποιούμε τη σχέση:

$$E_M = \frac{\Omega_M}{\Omega_A}. \quad (142)$$

Ο λόγος αυτός ονομάζεται ικανότητα του κύριου λοβού της κεραίας και για τις περισσότερες μεγάλες κεραίες είναι $E_M \approx \frac{3}{4}$.

Παράδειγμα 3. Να υπολογιστεί η στερεά γωνία Ω_M του προτύπου που δίνεται από την Εξίσωση (128).

Λύση. Η γωνία στο μισό της ισχύος καθώς προκύπτει από το Σχήμα 43 είναι 120°. Επειδή το πρότυπο είναι συμμετρικό από την (141) έχουμε:

$$\Omega_M = \frac{120^2}{3283} = 4,4, \text{ rad}^2.$$

4. Κατευθυντικότητα

Η κατευθυντικότητα D μιας κεραίας ορίζεται σαν ο λόγος:

$$D = \frac{U_m(\vartheta, \varphi)}{U_0}, \quad (143)$$

όπου U_m = μέγιστη τιμή της ισχύος ανά μονάδα στερεάς γωνίας, Watts rad^{-2} ,

και U_0 = μέση τιμή της ισχύος ανά μονάδα στερεάς γωνίας, Watts rad^{-2} .

Η κατευθυντικότητα όπως φαίνεται από την (143) είναι καθαρός αριθμός. Ισοδύναμα η κατευθυντικότητα μπορεί να οριστεί από τη σχέση:

$$D = \frac{\frac{U_m(\vartheta, \varphi)}{W}}{\frac{W}{4\pi}} = \frac{4\pi U_m(\vartheta, \varphi)}{W}, \quad (144)$$

όπου W = η ισχύς μιας ισότροπης κεραίας που ακτινοβολεί την ίδια ολική ισχύ. Η (144) με την βοήθεια κατά σειρά των Εξισώσεων (133), (127) και (137) γράφεται:

$$\begin{aligned} D &= \frac{4\pi U_m(\vartheta, \varphi)}{\iint_{4\pi} U(\vartheta, \varphi) d\Omega} = \frac{4\pi}{\iint_{4\pi} \frac{U(\vartheta, \varphi)}{U_m(\vartheta, \varphi)} d\Omega} = \frac{4\pi}{\iint_{4\pi} \frac{P(\vartheta, \varphi)}{P_m(\vartheta, \varphi)} d\Omega} = \\ &= \frac{4\pi}{\iint_{4\pi} \frac{P_n(\vartheta, \varphi)}{P_n} d\Omega} = \frac{4\pi}{\Omega_A}. \end{aligned} \quad (145)$$

Η κατευθυντικότητα όπως ορίζεται στη Σχέση (143) αναφέρεται στη διεύθυνση του μεγίστου της ακτινοβολίας. Η κατευθυντικότητα για διεύθυνση διαφορετική του μεγίστου για την οποία η ισχύς της ακτινοβολίας ανά μονάδα στερεάς γωνίας είναι $U(\vartheta, \varphi)$ θα δίνεται από τη σχέση:

$$D(\vartheta, \varphi) = \frac{U(\vartheta, \varphi)}{U_0}, \quad (146)$$

όπου U_0 = μέση τιμή ισχύος ανά μονάδα στερεάς γωνίας, Watts rad^{-2} .

Η συνάρτηση $D(\vartheta, \varphi)$ ονομάζεται κέρδος κατεύθυνσης. Συνδυάζοντας την (143) με την (146) προκύπτει:

$$D(\vartheta, \varphi) = \frac{U(\vartheta, \varphi)}{U_0} = \frac{U_m(\vartheta, \varphi)}{U_0} \frac{U(\vartheta, \varphi)}{U_m(\vartheta, \varphi)} = DP_n(\vartheta, \varphi). \quad (147)$$

Επειδή για τη διεύθυνση του μεγίστου είναι $P_n(\theta, \varphi) = 1$ από την (147) προκύπτει ότι το μέγιστο κέρδος κατεύθυνσης είναι ίσο με την κατευθυντικότητα. Με άλλα λόγια το κέρδος κατεύθυνσης μιας κεραίας μπορεί να περιγραφεί σαν ο λόγος της ισχύος που ακτινοβολείται σε ορισμένη διεύθυνση από μία κεραία προς την ισχύ που ακτινοβολείται στην ίδια διεύθυνση από μία ισότροπη κεραία (Σχέση (146)). Η κατευθυντικότητα όπως ορίζεται από την (143) αναφέρεται στη διεύθυνση του μεγίστου της ακτινοβολίας ενώ η (147) σε τυχαία διεύθυνση που καθορίζεται από τις σφαιρικές συντεταγμένες (θ, φ) . Όπως φαίνεται από την (147) το διάγραμμα του κέρδους κατεύθυνσης είναι το ίδιο με το πρότυπο της κεραίας πολλαπλασιασμένο με την κατευθυντικότητα.

Παράδειγμα 4. Να προσδιοριστεί η κατευθυντικότητα των κεραιών του Παραδείγματος 2.

Λύση. α) Η ισότροπη κεραία έχει κατευθυντικότητα ίση με τη μονάδα, $D=1$.

β) Για το πρότυπο ακτινοβολίας που δίνεται από τη σχέση $U(\theta) = U_m \sin \theta$ έχουμε εξισώνοντας την ολική ισχύ που ακτινοβολεί η κεραία (Σχέση (134)) με την ολική ισχύ από μία ισότροπη κεραία (Σχέση (133)):

$$\pi U_m = 4\pi U_0, \quad (148)$$

$$D = \frac{U_m}{U_0} = 4. \quad (149)$$

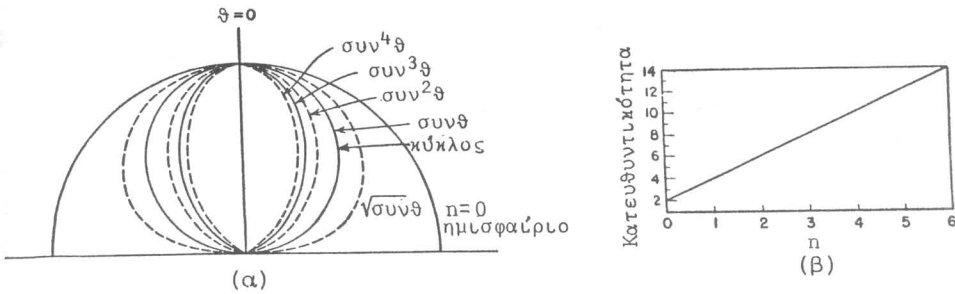
γ) Για το πρότυπο ακτινοβολίας $U(\theta) = U_m \eta \sin \theta$ προκύπτει μετά την εξίσωση των Σχέσεων (135) και (133):

$$D = \frac{U_m}{U} = \frac{8}{\pi} = 2,54. \quad (150)$$

Παράδειγμα 5. Να υπολογιστεί η κατευθυντικότητα κεραίας μιας διεύθυνσης με πρότυπο ακτινοβολίας:

$$U = U_m \sin^n \theta. \quad (151)$$

Λύση: Το σχετικό πρότυπο ισχύος της κεραίας αυτής για διάφορες τιμές του θ φαίνεται στο Σχήμα 46α, σε πολικές συντεταγμένες. Η ολική ισχύς που ακτινοβολείται είναι:



Σχήμα 46

$$W = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} U_m \sin^n \theta \eta \mu \theta d\theta d\varphi = -2\pi U_m \frac{\sin^{n+1} \theta}{n+1} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2\pi U_m}{n+1} \quad (152)$$

Μετά την εξίσωση των Σχέσεων (133) και (152) έχουμε:

$$D = \frac{U_m}{U_0} = \frac{4\pi}{2\pi} = 2(n+1) \quad (153)$$

Η γραφική παράσταση της κατευθυντικότητας για διάφορες τιμές του n φαίνεται στο Σχήμα 46β.

5. Πόλωση Ακτινοβολίας

Η ραδιοφωνική ακτινοβολία που εκπέμπει ή λαμβάνει μία κεραία μπορεί να είναι γραμμικώς ή κυκλικώς πολωμένη. Η απόκριση μιας κεραίας σε ακτινοβολία καθορίζεται από την αρχή της αντιστροφής.

Μία κεραία γενικά εκπέμπει πολωμένη ακτινοβολία. Για παράδειγμα η διπολική κεραία (αποτελείται από δύο σύρματα ή ράβδους σε ευθεία γραμμή) ακτινοβολεί γραμμικά πολωμένη ακτινοβολία, με το επίπεδο πόλωσης παράλληλο προς το δίπολο. Μια τέτοια κεραία παρουσιάζει μέγιστη απόκριση σε γραμμικά πολωμένα ραδιοκύματα που το επίπεδο ταλάντωσης του ηλεκτρικού πεδίου συμπίπτει με εκείνο της κεραίας. Αντίθετα η απόκριση σε ραδιοκύματα με επίπεδο πόλωσης κάθετο προς την κεραία είναι μηδενική.

Από τον ορισμό της στοιχειώδους ισχύος ακτινοβολίας που προσπίπτει σε μία επιφάνεια εμβαδού A, στην περιοχή συχνοτήτων Δν, από διεύθυνση η οποία σχηματίζει γωνία θ με την κάθετο στην επιφάνεια, έχουμε για την ολική ισχύ (Σχέση (3)):

$$W = A \Delta v \iint I(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (154)$$

όπου $I(\theta, \varphi)$ = ένταση ακτινοβολίας, $\text{Watts m}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{rad}^{-2}$,
 $d\Omega$ = στοιχειώδης στερεά γωνία (= $\eta\mu\theta d\theta d\varphi$), rad^2 .

Η προηγούμενη σχέση ισχύει με την υπόθεση ότι η ένταση της ακτινοβολίας $I(\theta, \varphi)$ είναι σταθερή στην περιοχή συχνοτήτων Δv . Στην περίπτωση λήψης ακτινοβολίας η $I(\theta, \varphi)$ ονομάζεται λαμπρότητα της ακτινοβολίας.

Στην ραδιοαστρονομία την θέση της επιφάνειας παίρνει η κεραία του ραδιοτηλεσκοπίου και η επιφάνεια A αντικαθίσταται από την ενεργό επιφάνεια A_e της κεραίας. Η ενεργός επιφάνεια είναι σχεδόν πάντοτε μικρότερη από την φυσική επιφάνεια της κεραίας. Τη θέση του $\sin \theta$ παίρνει το κανονικοποιημένο πρότυπο ισχύος της κεραίας $P_n(\theta, \varphi)$ ($P_n(0, 0) = 1$). Έτσι η (154) γίνεται:

$$W = \frac{1}{2} A_e \Delta v \iint_{\Omega} I(\theta, \varphi) P_n(\theta, \varphi) d\Omega. \quad (155)$$

Επειδή η κεραία συλλέγει ακτινοβολία πολωμένη μιας ορισμένης διεύθυνσης ο όρος $1/2$ που υπάρχει στην (155) είναι για την περίπτωση που η προσπίπτουσα ακτινοβολία είναι μη πολωμένη. Στην πιο γενική περίπτωση πολωμένης ακτινοβολίας, ο κατάλληλος όρος βρίσκεται μεταξύ του 0 και 1.

Εάν η λαμπρότητα της ακτινοβολίας είναι σταθερή και ίση με I_c η σχέση (155) με την βοήθεια της (137) γράφεται:

$$W = \frac{1}{2} A_e I_c \Delta v \Omega_A, \text{ Watts}, \quad (156)$$

όπου Ω_A = στερεά γωνία της κεραίας, rad^2 .

Παράδειγμα 6. Ένα ραδιοτηλεσκόπιο έχει πρότυπο ακτινοβολίας σε σχήμα βεντάλιας με γωνίες στο μισό της ισχύος $4^\circ \times 16^\circ$. Η λαμπρότητα της ακτινοβολίας του ουρανού για τη διεύθυνση που παρατηρεί το τηλεσκόπιο είναι σταθερή και ίση με $I_c = 10^{-20} \text{Watts m}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{rad}^{-2}$. Η ενεργός επιφάνεια της κεραίας είναι 40m^2 . Να υπολογιστεί η ολική ισχύς που λαμβάνει η κεραία εάν το εύρος συχνοτήτων είναι 1MHz .

Λύση: Από τις σχέσεις (141) και (142) έχουμε:

$$\Omega_A \approx \frac{4}{3} \frac{\theta^0 \text{HP} \varphi^0 \text{HP}}{3283} = \frac{4}{3} \times \frac{4 \times 16}{3283} = 26 \times 10^{-3} \text{rad}^2.$$

Η ολική ισχύς υπολογίζεται από την (156):

$$W = \frac{1}{2} A_e I_c \Delta v \Omega_A = \frac{1}{2} 40 \times 10^{-20} \times 10^6 \times 26 \times 10^{-3} =$$

$$= 52 \times 10^{-16} \text{ Watt.}$$

6. Κατευθυντικότητα και Ενεργός Επιφάνεια

Η ισχύς θορύβου W που αποδίδεται στα άκρα μιας αντίστασης R θερμοκρασίας T δίνεται από την σχέση (θεώρημα Nyquist):

$$W = kT\Delta\nu, \quad (157)$$

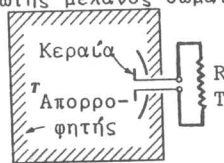
όπου k = σταθερά Boltzmann ($= 1,38 \times 10^{-23}$ Joule $^{\circ}\text{K}^{-1}$),

$\Delta\nu$ = εύρος συχνοτήτων, Hz .

Η Σχέση (157) χρησιμεύει για τον ορισμό της θερμοκρασίας της κεραίας. Η θερμοκρασία αυτή δεν συνδέεται ούτε με τη θερμοκρασία του υλικού της κεραίας ούτε με εκείνη του περιβάλλοντος. Εξαρτάται από τη θερμοκρασία των σωμάτων που παρατηρεί η κεραία εάν ο μηχανισμός της ακτινοβολίας είναι θερμικός. Εάν η κεραία περιβάλλεται από μέλαν σώμα θερμοκρασίας T τότε η κεραία θα απορροφήσει ισχύ που δίνεται από την (157). Επί πλέον εάν μία αντίσταση θερμοκρασίας T προσαρμοστεί στα άκρα της κεραίας η ισχύς που θα αποδώσει η αντίσταση στην κεραία θα δίνεται από την (157). Υποθέτουμε ότι δεν υπάρχουν απώλειες.

Θεωρούμε τώρα την περίπτωση μιας κεραίας που βρίσκεται στο εσωτερικό ενός εξομοιωτή μέλανος σώματος (χάλκινο κουτί με μαύρη επένδυση) θερμοκρασίας T . Η κεραία συνδέεται με προσαρμοσμένη αντίσταση R θερμοκρασίας T (Σχήμα 47). Το σύστημα βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία και το ποσό της ενέργειας που ακτινοβολείται από την κεραία προς τον εξομοιωτή μέλανος σώματος είναι ίσο με το

Εξομοιωτής μέλανος σώματος



Σχήμα 47

ποσό της ενέργειας που ακτινοβολείται στην αντίθετη διεύθυνση.

Με τη βοήθεια της προσέγγισης των Rayleigh-Jeans και της Εξίσωσης (156) έχουμε για την ισχύ που ακτινοβολεί το μέλαν σώμα και συλλέγει η κεραία:

$$W = \frac{1}{2} A_e \frac{2kT}{\lambda^2} \Delta\nu\Omega_A. \quad (158)$$

Η ισχύς θορύβου της κεραίας που συνδέεται με την προσαρμοσμένη αντίσταση θερμοκρασίας T και συλλέγεται από το μέλαν σώμα δίνεται από την (157).

Η εξίσωση των Σχέσεων (157) και (158) δίνει:

$$A_e \Omega_A = \lambda^2. \quad (159)$$

Συνδυάζοντας την τελευταία σχέση με την (145) προκύπτει:

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_e, \quad (160)$$

που αποτελεί και μία καινούργια έκφραση για την κατευθυντικότητα.

Παράδειγμα 7: Να υπολογιστεί η γωνία στο μισό της ισχύος μιας παραβολοειδούς κεραίας διαμέτρου L όταν παρατηρεί σε μήκος κύματος λ .

Λύση. Η γωνία στο μισό της ισχύος είναι ίση με τη διακριτική ικανότητα της κεραίας. Η ενεργός επιφάνεια της κεραίας είναι:

$$A_e \approx \frac{\pi L^2}{4}. \quad (161)$$

Στην πραγματικότητα είναι μικρότερη από τη γεωμετρική διατομή της κεραίας. Με τη βοήθεια διαδοχικά των Εξισώσεων (141), (142), (159) και (161) προκύπτει:

$$\frac{\Theta^2_{\text{HPBW}}}{E_M} \approx \frac{\Omega_M}{E_M} = \Omega_A = \frac{\lambda^2}{A_e} \approx \frac{4\lambda^2}{\pi L^2}. \quad (162)$$

Για $E_M \approx \frac{3}{4}$, για τις περισσότερες μεγάλες κεραίες, έχουμε για τη γωνία στο μισό της ισχύος σε rad:

$$\Theta_{\text{HPBW}} \approx \frac{\lambda}{L}, \text{ rad}, \quad (163)$$

η οποία είναι ίση με τη διακριτική ικανότητα της κεραίας.

7. Πραγματική και Παρατηρούμενη Λαμπρότητα

Η πυκνότητα ροής μιας διακεκριμένης ραδιοπηγής υπολογίζεται από το ολοκλήρωμα:

$$S = \iint_{\text{πηγή}} I(\vartheta, \varphi) d\Omega, \quad (164)$$

όπου S = πυκνότητα ροής της πηγής, $\text{Watts m}^{-2}\text{Hz}^{-1}$,

$I(\vartheta, \varphi)$ = λαμπρότητα της πηγής, $\text{Watts m}^{-2}\text{Hz}^{-1}\text{rad}^{-2}$,

$d\Omega$ = στοιχείο στερεάς γωνίας (= $\eta\mu\vartheta d\vartheta d\varphi$), rad^2 .

Η ολοκλήρωση γίνεται σε όλη τη στερεά γωνία της πηγής. Η $I(\vartheta, \varphi)$ εξαρτάται από τις σφαιρικές συντεταγμένες και τη συχνότητα παρατήρησης.

Η πυκνότητα ροής της ραδιοπηγής η οποία παρατηρείται με μία κεραία που ευθυγραμμίζεται με την πηγή δίνεται από την έκφραση:

$$S_0 = \iint_{\text{πηγή}} I(\vartheta, \varphi) P_n(\vartheta, \varphi) d\Omega, \quad (165)$$

όπου S_0 είναι η παρατηρούμενη πυκνότητα ροής της πηγής και $P_n(\vartheta, \varphi)$ το κανονικοποιημένο διάγραμμα ισχύος της κεραίας. Γενικά λόγω της κατευθυντικότητας του προτύπου της κεραίας η παρατηρούμενη πυκνότητα ροής θα είναι μικρότερη της πραγματικής S .

Εάν η στερεά γωνία της πηγής Ω_S είναι πολλή μικρότερη από τη στερεά γωνία της κεραίας Ω_A ($\Omega_S \ll \Omega_A$), η παρατηρούμενη πυκνότητα ροής θα είναι ίση προς την πραγματική πυκνότητα ροής, δηλαδή:

$$S = S_0, \quad (\Omega_S \ll \Omega_A). \quad (166)$$

Σε όλη την έκταση της πηγής θα έχουμε $P_n(\vartheta, \varphi) \approx 1$ και η (164) συμπίπτει με την (165).

Από την (164) έχουμε για τη μέση πραγματική λαμπρότητα της πηγής I_S :

$$I_S = \frac{S}{\Omega_S} = \frac{\iint I(\vartheta, \varphi) d\Omega}{\Omega_S}, \quad (167)$$

ενώ η μέση παρατηρούμενη λαμπρότητα θα είναι:

$$I_0 = \frac{S_0}{\Omega_A} = \frac{\iint I(\vartheta, \varphi) P_n(\vartheta, \varphi) d\Omega}{\Omega_A}. \quad (168)$$

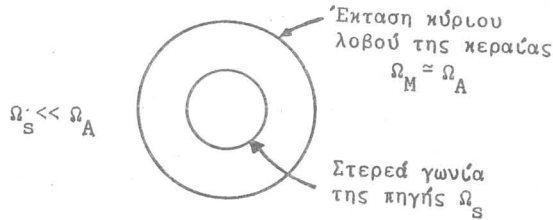
Για πηγές που είναι πολύ μικρότερες από τη στερεά γωνία της κεραίας ($\Omega_S \ll \Omega_A$) προκύπτει:

$$I_0 = \frac{S_0}{\Omega_A} = \frac{S}{\Omega_A} = \frac{I_S \Omega_S}{\Omega_A}, \quad (\Omega_S \ll \Omega_A). \quad (169)$$

Για εκτεταμένες ραδιοπηγές, πολύ μεγαλύτερης έκτασης από τη στερεά γωνία της κεραίας ($\Omega_S \gg \Omega_A$), μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η λαμπρότητα της πηγής είναι σταθερή σε όλη τη στερεά γωνία της κεραίας και ίση με τη μέση τιμή της λαμπρότητας I_S , οπότε από την (168) έχουμε:

$$I_0 = \frac{S_0}{\Omega_A} \approx \frac{I_S \Omega_A}{\Omega_A} = I_S, \quad (\Omega_S \gg \Omega_A). \quad (170)$$

Η συζήτηση έγινε με την προϋπόθεση ότι η διεύθυνση $\theta = 0$, $\varphi = 0$ του προτύπου ταυτίζεται με το κέντρο της πηγής (Σχήμα 48).



Σχήμα 48

Παράδειγμα 8: Ραδιοπηγή στερεάς γωνίας $\Omega_S = 10^{-3} \text{ rad}^2$ και μέσης λαμπρότητας $I_S = 10^{-22} \text{ Watt m}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ rad}^{-2}$ παρατηρείται με κεραία στερεάς γωνίας $\Omega_A = 10^{-4} \text{ rad}^2$. Να υπολογιστούν:

- Η πραγματική πυκνότητα ροής,
- Η παρατηρούμενη πυκνότητα ροής,
- Η ολική πραγματική πυκνότητα ροής στην περιοχή συχνοτήτων $\Delta\nu = 2 \text{ MHz}$, και,
- Η ολική ισχύς που λαμβάνεται από την πηγή όταν η ενεργός επιφάνεια της κεραίας είναι $A_e = 50 \text{ m}^2$.

Λύση: α) Η πραγματική πυκνότητα ροής της πηγής υπολογίζεται από την (167):

$$S = I_S \Omega_S = 10^{-22} \times 10^{-3} = 10^{-25} \text{ Watt m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}.$$

β) Επειδή $\Omega_S \gg \Omega_A$ από την (170) προκύπτει:

$$S_0 = I_0 \Omega_A = I_S \Omega_A = 10^{-22} \times 10^{-4} = 10^{-26} \text{ Watt m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}.$$

γ) Υποθέτοντας σταθερή την πυκνότητα της πηγής στο εύρος συχνοτήτων $\Delta\nu$ έχουμε για την ολική πραγματική πυκνότητα ροής:

$$S_{\text{ολ.}} = \int_{\nu}^{\nu+d\nu} S d\nu = S \Delta\nu = 10^{-25} \times 2 \times 10^6 = 2 \times 10^{-19} \text{ Watt m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}.$$

δ) Η ολική ισχύς που συλλέγει η κεραία από την πηγή δίνεται από την Εξίσωση (156):

$$W = \frac{1}{2} A_e S_0 \Delta\nu = \frac{1}{2} \times 50 \times 10^{-26} \times 2 \times 10^6 = 5 \times 10^{-19} \text{ Watt}.$$

8. Θερμοκρασία Πηγής και Κεραίας

Με τη βοήθεια του νόμου των Rayleigh-Jeans μπορούμε σε κάθε ραδιοπηγή να αντιστοιχίσουμε μία θερμοκρασία λαμπρότητας που δίνεται από τη σχέση:

$$I = \frac{2kT}{\lambda^2}, \quad (\text{Σχέση 17}), \quad (171)$$

όπου I = λαμπρότητα της πηγής, $\text{Watts m}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ rad}^{-2}$,

k = σταθερά Boltzmann ($= 1,38 \times 10^{-23} \text{ Joule } ^\circ\text{K}$),

T = θερμοκρασία λαμπρότητας, $^\circ\text{K}$,

λ = μήκος κύματος παρατήρησης, m .

Λόγω της (171) η (168) γράφεται:

$$T_0 = \frac{\iint T(\vartheta, \varphi) P_n(\vartheta, \varphi) d\Omega}{\Omega_A}, \quad (172)$$

όπου T_0 είναι η παρατηρούμενη θερμοκρασία λαμπρότητας και $T(\vartheta, \varphi)$ η θερμοκρασία λαμπρότητας της πηγής. Στην πραγματικότητα η T_0 είναι η θερμοκρασία της κεραίας και υπολογίζεται σαν η διαφορά θερμοκρασίας πηγής και υπόβαθρου μείον τη θερμοκρασία του υπόβαθρου.

Η Εξίσωση (172) μπορεί να απλουστευθεί σε δύο ειδικές περιπτώσεις. Για μία συμπαγή ραδιοπηγή ($\Omega_S \ll \Omega_A$) έχουμε, ευθυγραμμίζοντας ραδιοπηγή και κεραία ($P(\vartheta, \varphi) \approx 1$):

$$T_0 = \frac{1}{\Omega_A} \iint_{\text{πηγή}} T(\vartheta, \varphi) d\Omega, \quad (173)$$

$$\eta \quad T_0 = \frac{T_S \Omega_S}{\Omega_A}, \quad (\Omega_S \ll \Omega_A), \quad (174)$$

όπου Ω_S = στερεά γωνία της πηγής, rad^2 ,

T_S = μέση θερμοκρασία της πηγής, $^{\circ}\text{K}$,

Ω_A = στερεά γωνία της κεραίας, rad^2 .

Για πηγή στερεάς γωνίας μεγαλύτερης από την κεραία και σταθερής θερμοκρασίας T_S έχουμε:

$$T_0 = T_S, \quad (\Omega_S \gg \Omega_A),$$

δηλαδή η παρατηρούμενη θερμοκρασία της πηγής είναι ίση με τη θερμοκρασία λαμπρότητας της πηγής.

Στην περίπτωση που στη διεύθυνση της ραδιοπηγής υπάρχει νέφος το οποίο απορροφά και εκπέμπει ακτινοβολία η παρατηρούμενη θερμοκρασία λαμπρότητας, όταν:

$$\Omega_S \ll \Omega_A \quad \text{και} \quad \Omega_C \ll \Omega_A,$$

(Ω_C η στερεά γωνία του νέφους), δίνεται από την έκφραση:

$$T_0 = T_S \frac{\Omega_S}{\Omega_A} e^{-\tau} + T_C \frac{\Omega_C}{\Omega_A} (1 - e^{-\tau}), \quad (\text{Σχέση 37}), \quad (175)$$

όπου: T_0 = παρατηρούμενη θερμοκρασία λαμπρότητας, $^{\circ}\text{K}$,

T_S = θερμοκρασία λαμπρότητας της πηγής, $^{\circ}\text{K}$,

τ = οπτικό πάχος του νέφους, ($\tau = f(\nu)$),

T_C = θερμοκρασία λαμπρότητας του νέφους, $^{\circ}\text{K}$.

Ο πρώτος όρος περιλαμβάνει την απορρόφηση της ακτινοβολίας της πηγής από το νέφος ενώ ο δεύτερος περιλαμβάνει την εκπομπή και απορρόφηση του νέφους.

Παράδειγμα 9: Από παρατηρήσεις με ραδιοτηλεσκόπιο του πλανήτη 'Αρη υπολογίστηκε θερμοκρασία της κεραίας $0,2^{\circ}\text{K}$ σε μήκος κύματος 10 cm . Η διάμετρος του πλανήτη είναι $D = 7 \times 10^3 \text{ km}$ και η απόσταση από τη Γη $r = 2,3 \times 10^8 \text{ km}$. Εάν η στερεά γωνία της κεραίας είναι $\Omega_A = 5 \times 10^{-7} \text{ rad}^2$ να υπολογιστούν α) Η πραγματική θερμοκρασία λαμπρότητας του 'Αρη και β) Η πραγματική πυκνότητα ροής του πλανήτη.

Λύση. α) Η στερεά γωνία της πηγής προκύπτει από τη σχέση:

$$\Omega_S = \frac{\pi D^2}{4r^2} = \frac{3,14 \times 7^2 \times 10^6}{4 \times 2,3^2 \times 10^{16}} = 7,3 \times 10^{-10} \text{ rad}^2.$$

Επειδή $\Omega_S < \Omega_A$ η Εξίσωση (174) δίνει την μέση τιμή της θερμοκρασίας του πλανήτη:

$$T_S = T_0 \frac{\Omega_A}{\Omega_S} = 0,2 \times \frac{5 \times 10^{-7}}{7,3 \times 10^{-10}} = 137 \text{ }^\circ\text{K}.$$

β) Η πυκνότητα ροής του Άρη υπολογίζεται από την έκφραση:

$$S = \frac{2kT_S \Omega_S}{\lambda_S^2} = \frac{2 \times 1,38 \times 10^{-23} \times 137 \times 7,3 \times 10^{-10}}{0,1^2} = 2,8 \times 10^{-28} \text{ Watt m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}.$$

Παράδειγμα 10: Μία ραδιοπηγή βρίσκεται πίσω από νέφος μεσοαστρικής ύλης οπτικού πάχους $\tau=1$ και θερμοκρασίας λαμπρότητας $100 \text{ }^\circ\text{K}$. Η πηγή έχει ομοιόμορφη θερμοκρασία $200 \text{ }^\circ\text{K}$ και στερεά γωνία 1 deg^2 . Το ραδιοτηλεσκόπιο έχει ενεργό επιφάνεια 50 m^2 και παρατηρεί σε μήκος κύματος 50 cm . Να υπολογιστεί η παρατηρούμενη θερμοκρασία λαμπρότητας της πηγής όταν το νέφος έχει γωνιώδη έκταση 5 deg^2 .

Λύση: Όταν το οπτικό πάχος του νέφους είναι $\tau=1$ η (175) γράφεται:

$$T_0 = 0,368 T_S \frac{\Omega_S}{\Omega_A} + 0,632 T_C \frac{\Omega_C}{\Omega_A}.$$

Η στερεά γωνία της πηγής είναι:

$$\Omega_S = 1 \text{ deg}^2 = 3 \times 10^{-4} \text{ rad}^2.$$

Από την (159) υπολογίζουμε την στερεά γωνία της κεραίας Ω_A :

$$\Omega_A = \frac{\lambda^2}{A_e} = \frac{0,5^2}{50} = 5 \times 10^{-3} \text{ rad}^2.$$

Για την στερεά γωνία του νέφους προκύπτει:

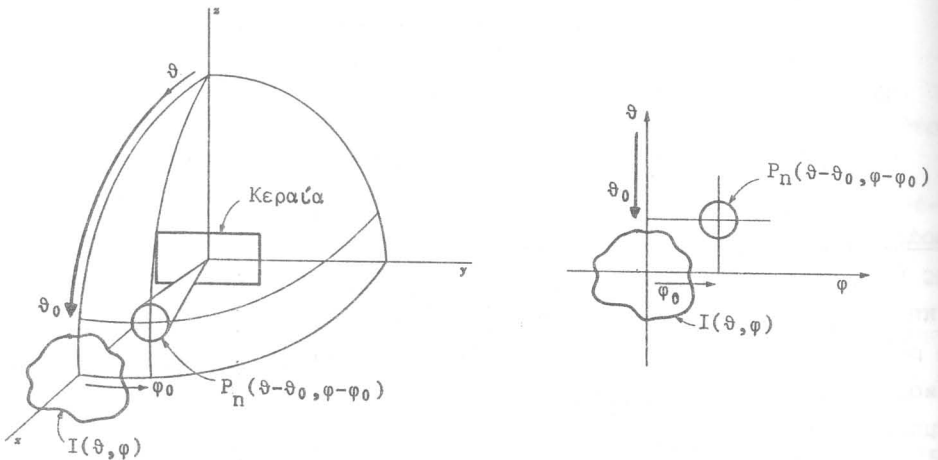
$$\Omega_C = 5 \text{ deg}^2 = 5/57,3^2 = 1,5 \times 10^{-3} \text{ rad}^2.$$

Έτσι έχουμε:

$$T_0 = 0,368 \times 200 \times \frac{3 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-3}} + 0,632 \times 100 \times \frac{1,5 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-3}} = 23,5 \text{ }^\circ\text{K}.$$

9. Πυκνότητα Ροής και Συνέλιξη

Η συζήτηση των δύο προηγούμενων Παραγράφων 7 και 8 αναφέρεται στην περίπτωση ευθυγράμμισης κεραίας και ραδιοπηγής. Εάν δεν υπάρχει ευθυγράμμιση η παρατηρούμενη πυκνότητα ροής μιας πηγής με κεραία της οποίας το κανονικοποιημένο πρότυπο ισχύος είναι $P_n(\theta, \varphi)$, δίνεται σε αντιστοιχία με τη Σχέση (165) από την έκφραση (Σχήμα 49):



Σχήμα 49

$$S(\theta_0, \varphi_0) = \iint_{\text{πηγή}} I(\theta, \varphi) P_n(\theta - \theta_0, \varphi - \varphi_0) d\Omega, \quad (176)$$

όπου: $S(\theta_0, \varphi_0) =$ παρατηρούμενη πυκνότητα ροής, $\text{Watts m}^{-2} \text{H}_z^{-1}$,

$I(\theta, \varphi) =$ κατανομή λαμπρότητας της πηγής, $\text{Watts m}^{-2} \text{H}_z^{-1} \text{rad}^{-2}$,

$\varphi_0, \theta_0 =$ γωνίες μετατόπισης του προτύπου της κεραίας,

$d\Omega =$ στοιχειώδης στερεά γωνία ($= \eta\mu\theta d\theta d\varphi$), rad^2 .

Εάν αντικαταστήσουμε στην (176) $P_n(\theta - \theta_0, \varphi - \varphi_0) = \tilde{P}_n(\theta_0 - \theta, \varphi_0 - \varphi)$ προκύπτει:

$$S(\theta_0, \varphi_0) = \iint_{\text{πηγή}} I(\theta, \varphi) \tilde{P}_n(\theta_0 - \theta, \varphi_0 - \varphi) d\Omega. \quad (177)$$

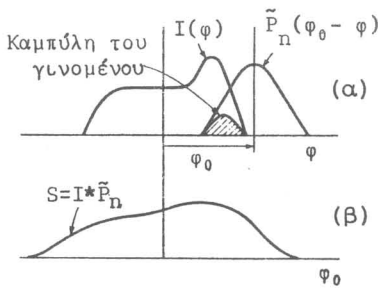
Η παρατηρούμενη πυκνότητα ροής όπως δίνεται στην (177) ονομάζεται συνέλιξη της λαμπρότητας της πηγής και του προτύπου της κεραίας.

Η συνάρτηση \tilde{P}_n είναι το είδωλο σε καθρέπτη του προτύπου της κεραίας P_n . Για συμμετρικά πρότυπα ακτινοβολίας οι εκφράσεις P_n και \tilde{P}_n συμπέπτουν. Συντομογραφικά η (177) γράφεται:

$$S = I * \tilde{P}_n. \quad (178)$$

Οι Εξισώσεις (177) και (178) εκφράζουν το γεγονός ότι το ραδιοτηλεσκόπιο δεν δίνει την πραγματική εικόνα της ραδιοπηγής αλλά μία τροποποιημένη μορφή η οποία είναι το αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης της κατανομής λαμπρότητας της πηγής με το πρότυπο της κεραίας. Για παράδειγμα δίνεται για μία διάσταση, η παρατηρούμενη πυκνότητα ροής μιας πηγής (Σχήμα 50β) της οποίας η κατανομή λαμπρότητας δίνεται στο Σχήμα 50α και την οποία παρατηρούμε με το συμμετρικό πρότυπο ισχύος \tilde{P}_n . Για κάθε μετατόπιση φ_0 της κεραίας το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν είναι ανάλογο της τιμής του ολοκληρώματος:

$$S(\varphi_0) = \int I(\varphi) \tilde{P}_n(\varphi_0 - \varphi) d\varphi \equiv I * \tilde{P}_n. \quad (179)$$



Σχήμα 50

Το αποτέλεσμα της επίδρασης της κεραίας στην κατανομή λαμπρότητας της πηγής είναι η λείανση των λεπτομερειών της πηγής, όπως προκύπτει από την σύγκριση της πραγματικής κατανομής λαμπρότητας της πηγής (Σχήμα 50α) με την παρατηρούμενη κατανομή (Σχήμα 50β).

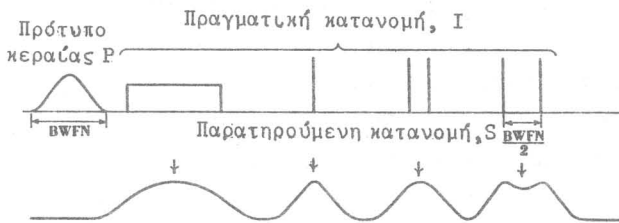
Η επίδραση του προτύπου μιας συμμετρικής κεραίας πάνω σε διάφορες κατανομές παρουσιάζεται στο Σχήμα 51. Το ραδιοτηλεσκόπιο είναι σε θέση να διαχωρίσει δύο ραδιοπηγές όταν η γωνιώδης απόσταση

αυτών είναι ίση ή μεγαλύτερη του μισού της γωνίας μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών στο πρότυπο της ισχύος ($= \frac{BWFN}{2}$).

Σε αντιστοιχία με την (172) η παρατηρούμενη θερμοκρασία της πηγής $T_0(\theta_0, \varphi_0)$ θα δίνεται από τη σχέση:

$$T_0(\theta_0, \varphi_0) = \frac{\iint T(\theta, \varphi) P_n(\theta - \theta_0, \varphi - \varphi_0) d\Omega}{\Omega_A}, \quad (180)$$

όπου $T(\theta, \varphi)$ είναι η πραγματική θερμοκρασία λαμπρότητας της πηγής.



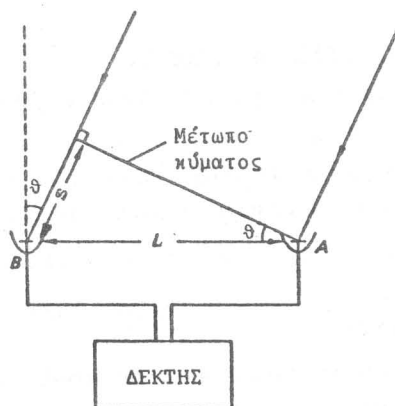
Σχήμα 51

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΡΑΔΙΟΦΩΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ

1. Συμβολόμετρα

Αποτελούνται από δύο ή περισσότερα ραδιοτηλεσκόπια και σκοπό έχουν το συνεχή συνδυασμό των τάσεων από τις δύο κεραίες. Με τη χρήση του συμβολόμετρου, επιτυγχάνουμε βελτίωση της διακριτικής ικανότητας, με την εικονική αύξηση της διαμέτρου του ραδιοτηλεσκοπίου μας, η οποία τώρα γίνεται ίση με την απόσταση των δύο κεραιών.

Για την περίπτωση του συμβολόμετρου που φαίνεται στο Σχήμα 90 έχουμε για τη διακριτική ικανότητα:



Σχήμα 90

$$\omega = 1,22 \frac{\lambda}{L}, \text{ rad}, \quad (230)$$

όπου L είναι η απόσταση των δύο τηλεσκοπίων. Το ραδιοσήμα που φθάνει στη κεραία B έχει να διανύσει επί πλέον απόσταση:

$$s = L \sin \theta, \quad (231)$$

με αποτέλεσμα να υπάρχει μία διαφορά φάσης των δύο συντεθειμένων σημάτων:

$$\psi = \frac{2\pi L}{\lambda} \eta \mu \theta, \text{ rad.} \quad (232)$$

Η συμβολή των δύο ραδιοσημάτων δίνει αλλού ενίσχυση και αλλού απόσβεση, καταντιστοιχία με τη συμβολή του φωτός που προέρχεται από τον τεχνητό διπλασιασμό μιας πηγής (πείραμα Young). Ενίσχυση του σήματος έχουμε όταν, η διαφορά φάσης των δύο σημάτων, είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του 2π ($\psi = 2\pi\eta$, $\eta = 0, 1, \dots$) ενώ απόσβεση όταν η διαφορά φάσης είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του π ($\psi = (2\eta + 1)\pi$, $\eta = 0, 1, \dots$). Ο συνδυασμός αυτός των ενισχύσεων και αποσβέσεων ονομάζεται κροσσοί συμβολής. Η κίνηση της Γής μεταβάλλει συνεχώς τη γωνία παρατηρήσεως θ και αλλάζει συνεχώς τη διαφορά φάσης από 0° μέχρι 360° με αποτέλεσμα η σύνθεση των δύο σημάτων να δίνει τους κροσσούς συμβολής.

Το πλάτος και η φάση των κροσσών συμβολής για ένα μεγάλο αριθμό αποστάσεων των δύο τηλεσκοπίων ορίζουν τη συνάρτηση ορατότητας (visibility function). Ο μετασχηματισμός κατά Fourier της συνάρτησης αυτής, ο οποίος μετατρέπει μία συνάρτηση πλάτους-φάσης σε μία καμπύλη της μορφής ένταση έναντι γωνίας, δίνει το είδωλο της παρατηρούμενης πηγής.

Ανάλογα με τον τρόπο που συνδυάζονται τα δύο ραδιοσήματα και τον αριθμό των ραδιοτηλεσκοπίων έχουμε τα διάφορα είδη συμβολομέτρων.

2. Απλό Συμβολόμετρο

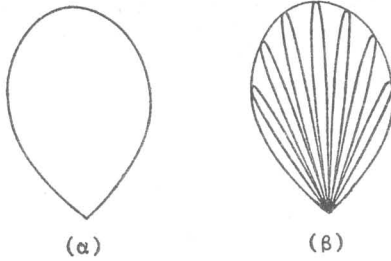
Είναι η πρώτη μορφή του συμβολόμετρου όπου τα σήματα από τα δύο τηλεσκόπια προσθέτονται συνεχώς, αφού μεταφερθούν από γραμμές ίσου μήκους. Έτσι δεν εισάγεται άλλη διαφορά δρόμου από τις γραμμές μεταφοράς.

Το διάγραμμα ισχύος σε μία διάσταση του συμβολόμετρου αυτού παίρνει τη μορφή:

$$P(\theta) = P_{\eta}(\theta) (1 + \text{συν}\psi), \quad (\text{Πρόβλημα 63}) \quad (233)$$

$$\text{με } \psi = \frac{2\pi}{\lambda} L \eta \mu \theta, \quad (234)$$

και $P_{\eta}(\theta)$ το διάγραμμα ισχύος που αναφέρεται σε κάθε ένα τηλεσκοπιο κανονικοποιημένο δηλαδή, $P_{\eta}(\theta = 0) = 1 = \text{μέγιστο}$.



Σχήμα 91

Το Σχήμα 91 δίνει το διάγραμμα ισχύος σε πολικές συντεταγμένες α) για μία κεραία και β) για συμβολόμετρο. Ο αριθμός των λοβών εξαρτάται από τον λόγο $\frac{L}{\lambda}$ το δε εύρος κάθε λοβού, το οποίο βρίσκεται με υπολογισμό της γωνίας για την οποία έχουμε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς στο διάγραμμα ισχύος (BWFN), είναι:

$$\text{BWFN} \approx \left(\frac{57,3\lambda}{L} \right)^0 \quad (235)$$

Η παραπάνω γωνία είναι διπλάσια της γωνίας στο μισό της ισχύος (HPBW).

Το συμβολόμετρο δίνει στην έξοδο σειρά από μέγιστα και ελάχιστα τους γνωστούς κροσσούς συμβολής. Στο Σχήμα 92 φαίνεται η απόκριση ενός συμβολόμετρου σε ορθογώνιες συντεταγμένες για μία



Σχήμα 92

σημειακή ραδιοπηγή. Στη θέση του κεντρικού μέγιστου η πηγή είναι ακριβώς σε ορθή γωνία με τη διεύθυνση των δύο κεραιών. Η ακρίβεια στον προσδιορισμό της θέσης είναι ίση με το 1/10 της γωνίας στο μισό της ισχύος.

Επίσης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το συμβολόμετρο για να μετρήσουμε τις διαστάσεις μιας πηγής. Για μία μη σημειακή πηγή τα ελάχιστα στο διάγραμμα ισχύος δεν είναι πλέον μηδέν και η τιμή του λόγου:

$$\frac{P_{\text{μέγιστο}} - P_{\text{ελάχιστο}}}{P_{\text{μέγιστο}} + P_{\text{ελάχιστο}}}, \quad (236)$$

χαρακτηρίζει το μέγεθος της ραδιοπηγής. Εάν ο παραπάνω λόγος είναι μηδέν τότε η γωνιώδης έκταση της πηγής είναι μεγαλύτερη ή ίση προς το εύρος των λοβών του συμβολόμετρου ($\approx \frac{\lambda}{L}$, rad). Δηλαδή η πηγή δεν αναλύεται με το συμβολόμετρο. Εάν ο λόγος είναι ίσος με τη μονάδα τότε πρόκειται για πολύ μικρών διαστάσεων πηγή δηλαδή μια σημειακή ραδιοπηγή.

3. Συμβολόμετρο με Εναλλάκτη Φάσης

Προσθέτοντας και αφαιρώντας στη γραμμή μεταφοράς του σήματος του ενός τηλεσκοπίου μήκος γραμμής ίσο με $\frac{\lambda}{2}$ αναγκάζουμε το συμβολόμετρο του προηγούμενου σχήματος 90 να κινείται διαδοχικά μεταξύ δύο καταστάσεων. Στη μία από αυτές το διάγραμμα ισχύος είναι το ίδιο με του απλού συμβολόμετρου και δίνεται από τη σχέση:

$$P_1(\vartheta) = P_{\eta}(\vartheta) (1 + \text{συν}\psi), \quad (\text{Σχέση } 233). \quad (237)$$

Στη δεύτερη περίπτωση όταν έχουμε την εισαγωγή του μήκους γραμμής $\frac{\lambda}{2}$ και άρα αλλαγή φάσης κατά 180° το διάγραμμα ισχύος είναι:

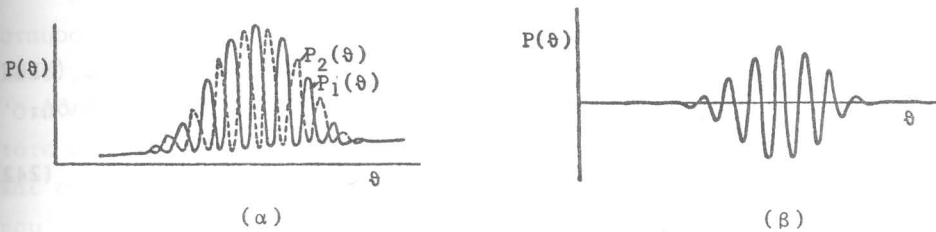
$$P_2(\vartheta) = P_{\eta}(\vartheta) (1 - \text{συν}\psi), \quad (238)$$

όπου τα σύμβολα έχουν την προηγούμενη σημασία τους.

Όταν το συμβολόμετρο κινείται με συχνότητα 25Hz μεταξύ των δύο παραπάνω θέσεων η λαμβανόμενη ισχύς είναι ίση με τη διαφορά των δύο διαγραμμάτων ισχύος, δηλαδή:

$$P(\vartheta) = 2P_{\eta}(\vartheta) \text{συν}\psi, \quad (\text{Πρόβλημα } 64) \quad (239)$$

Το Σχήμα 93α δίνει τις δύο διαφορετικές αποκρίσεις του συμβολόμετρου με εναλλάκτη φάσης, ενώ το 93β τη διαφορά μεταξύ των δύο καμπύλων στο Σχήμα (α). Το διάγραμμα ισχύος που προκύπτει με αυτό τον τρόπο είναι απαλλαγμένο του σταθερού όρου του απλού συμβολόμετρου (μονάδα) και έχει μέση τιμή διακυμάνσεων της ισχύος εξόδου, μηδέν.



Σχήμα 93

Το συμβολόμετρο αυτό υπερέχει κατά πολύ του απλού με αποτέλεσμα να χρησιμοποιείται καταποικειστικότητα και ιδιαίτερα μία τελευταία μορφή του, όπου τά σήματα από τα δύο τηλεσκόπια πολλαπλασιάζονται (correlation interferometer).

4. Συμβολόμετρο με Πολλά Στοιχεία

Για μία σειρά από n ταυτοτικά ίδιες κεραίες π.χ. παραβολοειδείς δίσκοι, τοποθετημένες σε ίσες αποστάσεις d το διάγραμμα ισχύος της διάταξης δίνεται από τη σχέση:

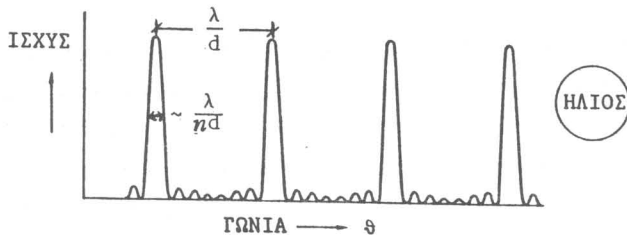
$$P(\theta) = P_{\eta}(\theta) \left[\frac{\eta \mu \frac{n\psi}{2}}{\eta \mu \frac{\psi}{2}} \right]^2, \quad (\text{Πρόβλημα 65}) \quad (240)$$

όπου $P_{\eta}(\theta)$ είναι το κανονικοποιημένο διάγραμμα ισχύος της μιας κεραίας, θ η γωνία ως προς την κάθετο στο μέσο της διάταξης και

$$\psi = 2\pi \frac{d}{\lambda} \eta \mu \theta = 2\pi d \lambda \eta \mu \theta. \quad (241)$$

Σε ορθογώνιες συντεταγμένες το διάγραμμα ισχύος δίνεται στο Σχήμα 94.

Η γωνιώδης απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων μηδενισμού

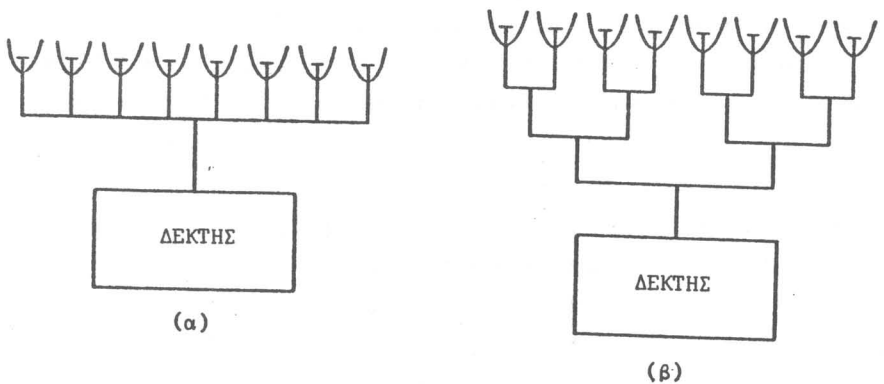


Σχήμα 94

της ισχύος είναι $2/nd_\lambda$, (rad). Το εύρος στο μισό της ισχύος (HPBW) είναι πάντοτε περίπου ίσο με το μισό αυτής της γωνίας, δηλαδή:

$$\text{HPBW} \approx \frac{1}{nd_\lambda}, \text{ rad.} \quad (242)$$

Οι κεραιές συνδέονται με το δέκτη με γραμμές ίσου μήκους. Η σύνδεση μπορεί να γίνει με ένα από τους δύο τρόπους που φαίνονται στο Σχήμα 95.



Σχήμα 95

Η πρώτη σύνδεση έχει τη συγγραμμική διάταξη ενώ η δεύτερη η οποία και παρουσιάζει μεγαλύτερες απώλειες λόγω του μεγαλύτερου μήκους των γραμμών μεταφοράς, ονομάζεται διάταξη Christiansen.

Διατάξεις με πολλά στοιχεία χρησιμοποιούνται για τη συνεχή παρακολούθηση του Ήλιου. Αρκεί μόνο να γίνει κατάλληλη εκλογή της απόστασης μεταξύ δύο διαδοχικών κεραιών έτσι ώστε η γωνιώδης απόσταση μεταξύ δύο μεγίστων να είναι μεγαλύτερη της γωνιώδους

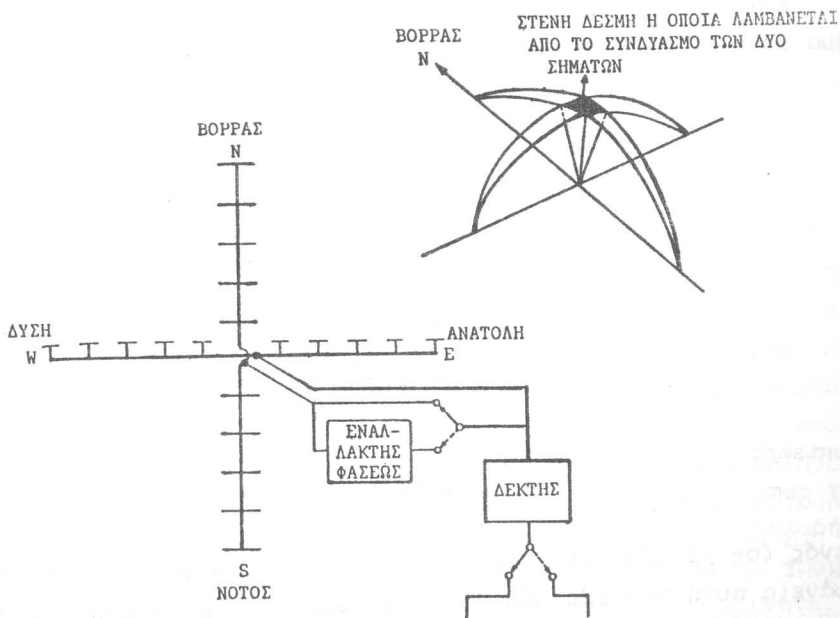
διαμέτρου του 'Ηλιου, η οποία είναι περίπου 32'.

Με τη χρήση πολλών στοιχείων έχουμε βελτίωση της διακριτικής ικανότητας ενώ η συλλεκτική επιφάνεια είναι ίση με το άθροισμα των επιφανειών των διαφόρων στοιχείων.

5. Σταυρός του Mills

Αποτελείται από δύο σειρές κεραιών τοποθετημένες σε σχήμα σταυρού η μία στην κατεύθυνση Ανατολή-Δύση και η άλλη Βορρά-Νότου. Κάθε μία σειρά συλλέγει σήματα από μία στενή λωρίδα του ουρανού. Όταν οι αποκρίσεις από τις δύο αυτές σειρές συνδεθούν σε φάση, τότε ραδιοπηγές στη μία ή στην άλλη λωρίδα ανιχνεύονται ενώ πηγές και στις δύο λωρίδες φαίνονται με διπλάσια ισχύ. Στην περίπτωση που οι δύο βραχίονες συνδέονται με διαφορά φάσης 180° , τότε πηγές που δεν βρίσκονται και στις δύο λωρίδες λαμβάνονται όπως και πριν, ενώ εκείνες που είναι στη τομή δεν δίνουν κανένα σήμα.

Εάν το σύστημα αναγκάζεται να κινείται εναλλακτικά μεταξύ αυτών των δύο θέσεων (διαφορά φάσης 0° ή 180°), όπως φαίνεται στο Σχήμα 96 τότε η συλλεγόμενη ισχύς θα αποτελείται από ένα σταθερό



Σχήμα 96

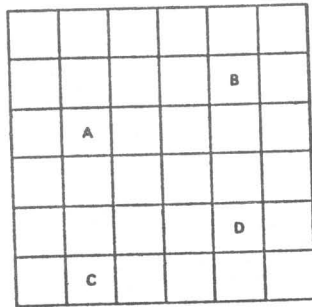
τμήμα λόγω των πηγών που βρίσκονται στη μία ή στην άλλη λωρίδα και ένα εναλλασσόμενο τμήμα λόγω των πηγών που βρίσκονται στην τομή των δύο λωρίδων. Το σταθερό τμήμα μπορεί να αγνοηθεί ενώ το σήμα από την μεταβλητή συνιστώσα να ενισχυθεί και καταγραφεί.

Έτσι η απόκριση του συμβολόμετρου αυτού προέρχεται μόνο από την τομή των αποκρίσεων των δύο βραχιόνων. Είναι πολύ χρήσιμο όργανο όταν θέλουμε βελτιωμένη διακριτική ικανότητα.

6. Τεχνική της Σύνθεσης Μεγάλης Επιφάνειας

Η διακριτική ικανότητα ενός ραδιοτηλεσκοπίου βελτιώνεται με τη χρήση του ραδιοσυμβολόμετρου μόνο κατά τη διεύθυνση των δύο κεραιών, ενώ σε διεύθυνση κάθετη προς τη γραμμή που συνδέει τα δύο τηλεσκόπια είναι ίση με τη διακριτική ικανότητα του ενός μόνο τηλεσκοπίου. Με τη μέθοδο της σύνθεσης μεγάλης επιφάνειας συνδυάζουμε μέσω υπολογιστή τα ραδιοσήματα από δύο ή περισσότερα τηλεσκόπια τα οποία μετακινούμε σε διάφορες θέσεις έτσι ώστε η πληροφορία που παίρνουμε να είναι ισοδύναμη με ραδιοτηλεσκόπιο πολύ μεγάλης επιφάνειας. Δηλαδή με τη μέθοδο αυτή αυξάνουμε την επιφάνεια συλλογής τεχνητά χωρίς να διαθέτουμε ένα τόσο μεγάλο τηλεσκόπιο.

Έστω ότι έχουμε μία μεγάλη επιφάνεια διαιρεμένη όπως στο Σχήμα 97 και ότι διαθέτουμε δύο ραδιοτηλεσκόπια με την επιφάνεια

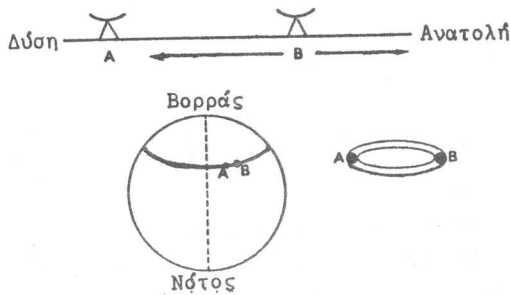


Σχήμα 97

καθενός ίση με ένα τμήμα του σχήματος 97. Για να συνθέσουμε την επιφάνεια αυτή δεν χρειάζεται να μετακινήσουμε τα δύο τηλεσκόπια σε συνδυασμό ραδιοσυμβολόμετρου σε όλες τις θέσεις γιατί π.χ. ο

σχετικές αποστάσεις στις θέσεις AB και CD είναι ίδιες και θα δώσουν την ίδια πληροφορία για μια ραδιοπηγή. Έτσι εκείνο που πρέπει να γίνει είναι, να βρούμε ποιές σχετικές θέσεις δεν επαναλαμβάνονται, να κάνουμε τις παρατηρήσεις με τα ραδιοτηλεσκόπια μόνο στις θέσεις αυτές και να συνδυάσουμε τα ραδιοσήματα κατάλληλα μέσω υπολογιστή, για να συνθέσουμε με τον τρόπο αυτό όλη την επιφάνεια. Ένα συμβολόμετρο με κεραίες που μετακινούνται πάνω σε σιδεροτροχιές σε σχήμα T είναι το κατάλληλο γι' αυτό τον τρόπο της σύνθεσης.

Υπάρχουν διάφορες παραλλαγές της τεχνικής σύνθεσης μιας μεγάλης επιφάνειας οι οποίες στηρίζονται στην παραπάνω αρχή. Στο Cambridge χρησιμοποιούσαν τρία ραδιοτηλεσκόπια που βρίσκονταν σε ευθεία γραμμή, με σκοπό τη σύνθεση μιας μεγάλης επιφάνειας. Το μήκος της γραμμής ήταν 1,6 Km (1 Mile) στη διεύθυνση Ανατολή-Δύση. Η περιστροφή της Γης έκανε την προέκταση της ευθείας πάνω στην οποία βρίσκονταν έστω δύο από τα τηλεσκόπια να διαγράφει πάνω στον ουρανό και προς την κατεύθυνση της ραδιοπηγής μια έλλειψη όπως φαίνεται στο Σχήμα 98. Αλλάζοντας τις αποστάσεις των δύο τηλεσκοπίων



Σχήμα 98

γέμιζαν την επιφάνεια της έλλειψης. Η χρήση του τρίτου τηλεσκοπίου μικραίνει κατά πολύ τον απαιτούμενο χρόνο για το γέμισμα της έλλειψης. Έτσι ήταν σαν να είχαμε 3 ραδιοσυμβολόμετρα δηλαδή οι συνδυασμοί των 3 ανά 2. Σήμερα με την ίδια αρχή δουλεύει γραμμή 5 Km με 8 τηλεσκόπια, από τα οποία 4 είναι κινητά και 4 ακίνητα.

Η πλέον εκπληκτική διάταξη για τη δημιουργία μεγάλης επιφάνειας είναι αυτή στο New Mexico, όπου 27 κεραίες κάθε μία με διάμετρο 26m, έχουν τοποθετηθεί πάνω σε σιδηροτροχιές σε σχήμα "Υ". Η διακριτική ικανότητα της διάταξης είναι περίπου η αυτή με εκείνη των μεγαλύτερων οπτικών τηλεσκοπίων, 1". Μπορεί να παρατηρήσει οπτικό πεδίο της τάξης μερικών λεπτών τόξου στον εκπληκτικό χρόνο των 10 ωρών.

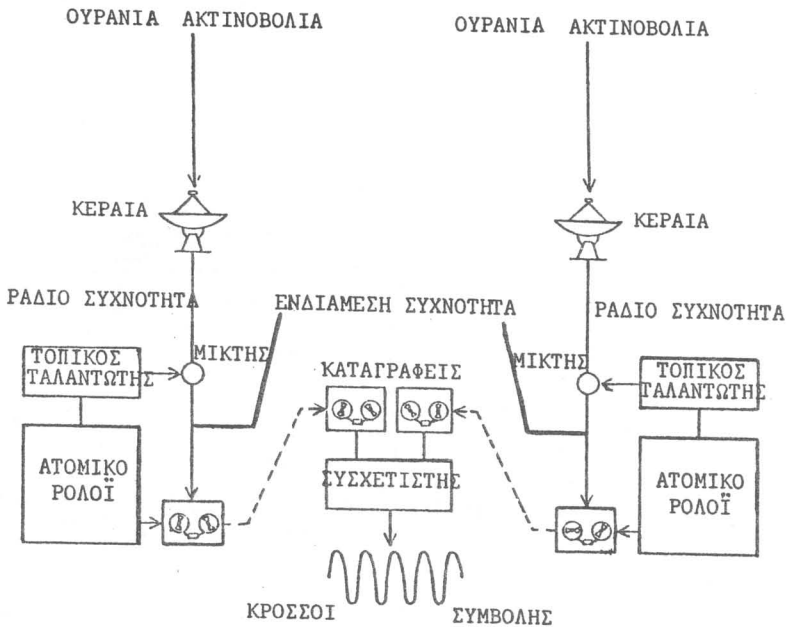
7. Συμβολόμετρα Μεγάλων Αποστάσεων

Η ανάγκη για βελτίωση της διακριτικής ικανότητας του ραδιοσυμβολόμετρου για τη μελέτη της δομής ορισμένων ραδιοπηγών που βρίσκονται σε μεγάλες αποστάσεις, και άρα φαίνονται με πολύ μικρές γωνιώδεις διαμέτρους, οδήγησε στην αύξηση της απόστασης των δύο τηλεσκοπίων της τάξης των 100 Km. Αλλά σε τέτοιες αποστάσεις τα ραδιοσήματα δεν είναι δυνατόν να τα οδηγήσουμε σε συμβολή με γραμμές μεταφοράς λόγω των μεγάλων απωλειών. Το πρόβλημα λύνεται με τη χρήση μιας σειράς ραδιοδεκτών και ραδιοαναμεταδοτών. Έτσι το σήμα που συλλέγεται αντί για γραμμές μεταφοράς μεταφέρεται μέσα από την ατμόσφαιρα.

Στο Jodrell Bank της Αγγλίας, που είναι και οι πρωτοπόροι στον τρόπο αυτό μεταφοράς του ραδιοσήματος, ένας μεγάλος αριθμός ραδιοτηλεσκοπίων συνδέονται μεταξύ τους για τη σύνθεση μιας μεγάλης επιφάνειας. Λόγω του μεγάλου αριθμού των κεραιών ο χρόνος παρατήρησης μειώνεται ουσιαστικά, ενώ επιτυγχάνεται βελτίωση κατά πολύ της διακριτικής ικανότητας της τάξης 0,05 δεύτερα λεπτά τόξου.

Για επίτευξη ακόμη πιο βελτιωμένης διακριτικής ικανότητας της τάξης του 0,0001 δεύτερα λεπτά τόξου τα ραδιοτηλεσκοπία πρέπει να έχουν απόσταση ίση προς τη διάμετρο της Γης. Σε αυτή την περίπτωση τα ραδιοκύματα σε κάθε σταθμό γράφονται ξεχωριστά σε συνδυασμό με παλμούς χρόνου από ατομικά ρολόγια. Αργότερα συγχρονίζοντας απόλυτα τους καταγραμμένους χρόνους στις δύο μαγνητικές ταινίες δημιουργούμε τους κροσσούς συμβολής, από το συνδυασμό των δύο ραδιοσημάτων (Σχήμα 99).

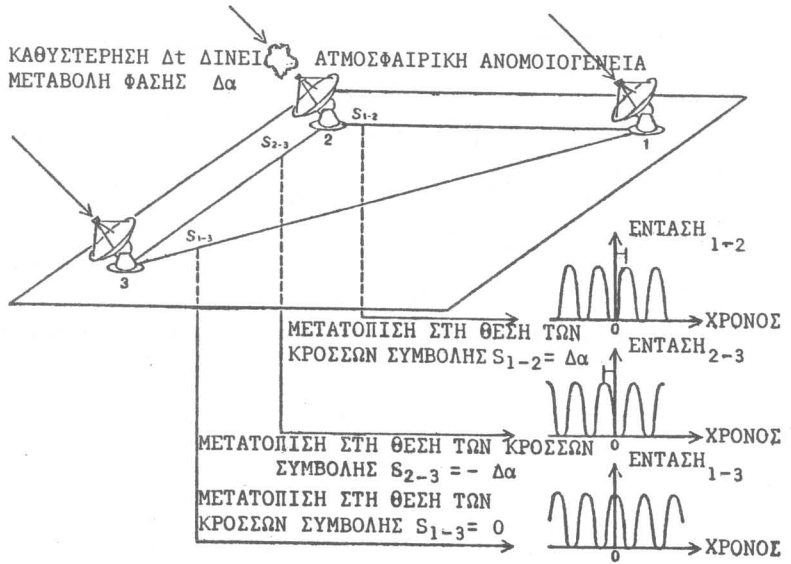
Για να πάρουμε την εικόνα μιας ραδιοπηγής, δηλ. πυκνότητα ροής έναντι γωνίας με το μετασχηματισμό Fourier της συνάρτησης ορατότητας, πρέπει να μετρήσουμε το πλάτος (μέγεθος) και τη φάση (θέση)



Σχήμα 99

των κροσών συμβολής. Η κύρια δυσκολία βρίσκεται στον προσδιορισμό της φάσης. Για δύο τηλεσκόπια που βρίσκονται σε διαφορετικές ηπείρους διαταραχές στην ατμόσφαιρα και ιονόσφαιρα καθώς επίσης και μη ακριβής γνώση της απόστασης των δύο ραδιοτηλεσκοπίων δημιουργούν μεταβολές στη φάση.

Το πρόβλημα του ακριβούς καθορισμού της φάσης λύνεται με τη χρήση 3 ραδιοτηλεσκοπίων για δημιουργία 3 συμβολόμετρων S_{1-2} , S_{1-3} , S_{2-3} , όπως στο Σχήμα 100, σε ένα συνδυασμό γνωστό σαν κλείσιμο φάσης (closure phase). Στο σχήμα το σήμα που φθάνει στο ραδιοτηλεσκόπιο 2 καθυστερεί λόγω ατμοσφαιρικής ανομοιογένειας προκαλώντας ίσες μα αντίθετες μετατοπίσεις φάσης στα συμβολόμετρα S_{1-2} και S_{2-3} . Οι κροσσοί συμβολής στο συμβολόμετρο S_{1-3} δεν επηρεάζονται από τη διαταραχή στο τηλεσκόπιο 2. Όταν λοιπόν οι φάσεις ολόγυρα στο βρόγχο 1,2,3 προστεθούν οι μετατοπίσεις που εισάγονται από την ατμόσφαιρα μηδενίζονται ακριβώς. Η μέθοδος αυτή δίνει πληροφορίες μόνο για τη δομή των ραδιοπηγών και όχι προσδιορισμό της θέσης των.



Σχήμα 100